

Prova scritta di **Geometria**

Cdl Fisica

6/6/2024

**Esercizio 1.** Si consideri l'applicazione

$$F : M_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^4$$

definita da:

$$F \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (b + c, \text{tr}(A), -\text{tr}(A), -b - c).$$

- 1) Verificare che  $F$  è lineare.
- 2) Determinare una base di  $\text{Ker}(F)$  ed una base di  $\text{Im}(F)$ .

**Esercizio 2.** Si considerino i seguenti sottospazi vettoriali di  $\mathbb{R}^5$ :

$$V = L((1, 1, 0, 0, 1), (3, 3, 0, -2, 1), (1, 1, 0, -1, 0), (2, 3, 2, 2, 2)),$$

$$W = \left\{ (x, y, z, w, t) \in \mathbb{R}^5 \mid x - 2y + w + t = 0 \right\}.$$

Determinare la dimensione di  $V$  ed una base di  $V \cap W$ .

**Esercizio 3.** Sia  $k \in \mathbb{R}$ . Si consideri il seguente sistema lineare dipendente dal parametro reale  $k$ :

$$\begin{cases} 4x + kz = 4 \\ kx + 3y - z = -1 \\ kx + z = 2 \end{cases} .$$

- (a) Si determini per quali valori di  $k$  il sistema è compatibile.
- (b) Si determini l'insieme delle soluzioni del sistema nei casi  $k = 0$  e  $k = 2$ .