

Prova scritta di **Geometria**

Cdl Fisica

25/1/2024

Esercizio 1. Si considerino le applicazioni lineari

$$F: \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2, \quad G: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^4$$

associate alle matrici

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rispetto alle basi canoniche.

Posto $L := G \circ F$, calcolare $L((0, 1, -1))$ e determinare la dimensione ed una base di $Im(L)$.

Esercizio 2. Si considerino i seguenti sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^4 :

$$V = L((2, 2, 0, 0), (0, 0, 1/3, -1/3), (3, 3, 2, -2)), \quad W = L((1, 0, -1, 0), (0, -1, 0, -1)).$$

Determinare la dimensione di V ed una base di $V \cap W$.

Esercizio 3. Sia $k \in \mathbb{R}$ e si consideri il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x - 2y - 2z = k \\ kx + 4y + kz = -2 \\ 2x - 4y - kz = 2. \end{cases}$$

Stabilire per quali valori di $k \in \mathbb{R}$, il sistema lineare è compatibile.