

Prova scritta di **Geometria**

Cdl Fisica

22/2/2024

Esercizio 1. Si consideri l'applicazione lineare

$$F : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

associata alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & -2 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rispetto alla base canonica \mathfrak{B}_0 di \mathbb{R}^4 ed alla base $\mathfrak{B} = \{(1, 2), (1, -3)\}$ di \mathbb{R}^2 .

- (a) Calcolare $F(1, 0, 0, -1)$ e determinare la matrice associata a F rispetto alle basi canoniche di \mathbb{R}^4 e di \mathbb{R}^2 .
- (b) Stabilire se F è surgettiva e determinare una base di $\text{Ker}(F)$.

Esercizio 2. Considerati i seguenti sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^5 :

$$V = \{(x, y, z, t, w) \in \mathbb{R}^5 : x - z + t - w = 0\},$$

$$W = L((0, 0, 1, 0, 1), (2, 1, 2, 0, 2), (3, 0, 1, -1, 1)),$$

determinare una base di $V \cap W$.

Esercizio 3. Si consideri il seguente sistema lineare a coefficienti reali:

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 3y + z = 2 \\ x + 2y + z = 3 \\ 2y + z = 0 \end{cases}$$

- (a) Stabilire se il sistema è compatibile.
- (b) In caso affermativo, determinarne le soluzioni mediante riduzione ad un sistema di Cramer.