

Prova scritta di **Geometria**

Cdl Fisica

11/9/2026

Esercizio 1. Si consideri l'applicazione lineare

$$F : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

tale che

$$F(0, 0, 1, 0) = (1/3, 1/4), F(1, 0, 0, 0) = (4, 3), F(1, 2, 0, 1) = (1, k/4), F(0, 1, 0, 0) = (-4, -k).$$

dove $k \in \mathbb{R}$.

- a) Determinare la matrice associata a F rispetto alle basi canoniche di $\mathbb{R}^4$ e di $\mathbb{R}^2$.
- b) Stabilire per quali valori di k F è surgettiva.
- c) Determinare, al variare di k , una base di $\text{Ker}(F)$.

Esercizio 2. Si considerino il seguente sottospazio vettoriale di $M_{2,3}(\mathbb{R})$:

$$E = L \left(\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \right).$$

Determinare la dimensione di E ed una base $\mathfrak{B}$ di E contenente il vettore $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Esercizio 3. Si consideri il seguente sistema lineare a coefficienti reali

$$\begin{cases} x + y + z = 2, \\ 2x + 3y + z = k, \\ 3x + 4y + 2z = 5, \\ x + ky = 0, \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}.$$

- (a) Stabilire, al variare di $k \in \mathbb{R}$, per quali valori del parametro il sistema è compatibile.
- (b) Per i valori di k per cui il sistema è compatibile, determinare l'insieme delle soluzioni.