Prova scritta di **Geometria**

Cdl Fisica

11/1/2024

Esercizio 1. Si consideri l'applicazione lineare

$$F\colon \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$$

associata alla matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & \frac{1}{2} & 3 & 0 \\ \frac{3}{2} & 1 & -\frac{3}{2} & \frac{5}{2} \end{pmatrix}$$

rispetto alla base canonica di $\mathbb{R}^4$ ed alla base canonica di $\mathbb{R}^3$.

Determinare la dimensione ed una base di $Ker(F)$ e stabilire se il vettore $(1, 2, \frac{1}{4})$ appartiene a $Im(F)$.

Esercizio 2. Si considerino i seguenti sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^5$:

$$V = L((1,1,0,0,0), (0,0,0,1,-1)),\ W = \left\{ (x_1, \ldots, x_5) \in \mathbb{R}^5 \middle|\ x_1 = x_2,\ x_1 + x_4 = 0,\ x_3 = 0 \right\}.$$

Determinare la dimensione ed una base di $V + W$.

Esercizio 3. Sia $k \in \mathbb{R}$ e si consideri la matrice $A \in M_3(\mathbb{R})$ data da

$$A = \begin{pmatrix} k & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & k \end{pmatrix}.$$

Determinare per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la matrice A é diagonalizzabile.