

Prova scritta di **Geometria**

Cdl Fisica

10/2/2025

**Esercizio 1.** a) Verificare che esiste un'unica applicazione lineare  $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  tale che:

$$F(1, 0, 2) = (0, 1, 1, 0), \quad F(2, 1, 3) = (0, -\frac{1}{2}, 0, 0), \quad F(0, 1, 0) = (0, 1, \frac{1}{3}, 0).$$

b) Calcolare  $F(3, 0, 5)$ .

c) Stabilire se  $F$  è iniettiva e determinare una base di  $Im(F)$ .

**Esercizio 2.** Si determini, al variare del parametro  $k \in \mathbb{R}$ , la dimensione ed una base del seguente sottospazio vettoriale  $W$  di  $\mathbb{R}^5$ :

$$W = L((2, 1, 1, 0, k), (1, 1, 1, -1, 1), (1, 0, 0, 1, \frac{1}{2}), (k, 1, -1, 0, 0)).$$

**Esercizio 3.** Si consideri la matrice  $A \in M_4(\mathbb{R})$  data da

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & 10 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Stabilire se la matrice  $A$  è diagonalizzabile e determinare una base di  $\mathbb{R}^4$  costituita da autovettori di  $A$ .