

Prova scritta di **Geometria**

Cdl Fisica

10/2/2025

Esercizio 1. a) Verificare che esiste un'unica applicazione lineare $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ tale che:

$$F(1, 0, 2) = (0, 1, 1, 0), \quad F(2, 1, 3) = (0, -\frac{1}{2}, 0, 0), \quad F(0, 1, 0) = (0, 1, \frac{1}{3}, 0).$$

b) Calcolare $F(3, 0, 5)$.

c) Stabilire se F è iniettiva e determinare una base di $Im(F)$.

Esercizio 2. Si determini, al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, la dimensione ed una base del seguente sottospazio vettoriale W di \mathbb{R}^5 :

$$W = L((2, 1, 1, 0, k), (1, 1, 1, -1, 1), (1, 0, 0, 1, \frac{1}{2}), (k, 1, -1, 0, 0)).$$

Esercizio 3. Si consideri la matrice $A \in M_4(\mathbb{R})$ data da

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & 10 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Stabilire se la matrice A è diagonalizzabile e determinare una base di \mathbb{R}^4 costituita da autovettori di A .