

CORSO DI STUDIO	LAUREA MAGISTRALE IN MATEMATICA (LM-40)
ANNO ACCADEMICO	2023-2024
INSEGNAMENTO	METODI NUMERICI E MODELLI MATEMATICI

Principali informazioni sull'insegnamento	
Anno di corso	Primo
Periodo di erogazione	Primo semestre (25 settembre 2023 – 22 dicembre 2023)
Crediti formativi universitari (CFU)	7
Settore scientifico disciplinare (SSD)	MAT/08 – Analisi Numerica
Lingua di erogazione	Italiano
Modalità di frequenza	Facoltativa

Docenti		
Nome e cognome	Luciano Lopez (titolare)	Cinzia Elia
Indirizzo mail	luciano.lopez@uniba.it	cinzia.elia@uniba.it
Telefono	+39 080 544 2678	+39 080 544 2685
Sede	Dipartimento di Matematica stanza 15 secondo piano	Dipartimento di Matematica stanza 7 terzo piano
Sede virtuale		
Pagina web	https://www.dm.uniba.it/it/members/lopez	https://www.dm.uniba.it/it/members/elia
Ricevimento		

Organizzazione della didattica				
	Totali	Didattica frontale	Pratica (esercitazioni)	Studio individuale
Ore	175	40	30	105
CFU	7	5	2	

Obiettivi formativi	
	Acquisizione dei metodi e delle tecniche della matematica applicata per lo studio qualitativo e la simulazione numerica di sistemi dinamici continui e discreti. Capacità di modellizzazione matematica di semplici fenomeni evolutivi.

Prerequisiti	
	Conoscenze di base dell'Analisi Matematica, dei sistemi di equazioni differenziali, di Algebra Lineare e di Calcolo Numerico. Conoscenza di base di un linguaggio di programmazione.

Syllabus	
Contenuti dell'insegnamento (Programma)	<p>1. SISTEMI DINAMICI DISCRETI</p> <p>Equazioni alle differenze del primo ordine e soluzione. Teoria delle equazioni lineari alle differenze di ordine k. Equazioni alle differenze omogenee. Metodi per il calcolo delle soluzioni. Il polinomio caratteristico: caso di radici distinte e radici coincidenti. Uso dell'operatore $p(E)$ e proprietà. Calcolo delle soluzioni particolari. Soluzioni di equilibrio di equazioni alle differenze e stabilità. Metodo delle serie formali. Metodo delle variazioni delle costanti. Sistemi lineari di</p>



equazioni alle differenze. Stabilità delle soluzioni di equazioni alle differenze. Metodo delle variazioni delle costanti. Funzioni di matrici e proprietà. Studio asintotico di A^n ed $\exp(tA)$. Modelli discreti: Modello discreto del cobweb semplice e completo. Modello di Lesley della dinamica di popolazioni. Modello degli indiani Natchez.

2. SISTEMI DINAMICI CONTINUI

-**Sistemi lineari autonomi di equazioni differenziali ordinarie:** Matrice principale e sue proprietà. Concetti di continuità e di stabilità delle soluzioni rispetto a variazioni della condizione iniziale. Stabilità asintotica stabilità e instabilità di un punto di equilibrio; definizioni e teoremi per matrici diagonalizzabili e non. Sotto-spazi invarianti. Spazio stabile, instabile e centrale. Esempi: sistemi lineari autonomi planari; definizione di nodo, punto di sella, fuoco, centro. Sistemi non lineari autonomi: Proprietà delle soluzioni. Differenziabilità rispetto alle condizioni iniziali. Punti di equilibrio e linearizzazione. Funzioni di Lyapunov. Esempi: pendolo matematico. Orbite periodiche e cicli limite. Comportamento del sistema per tempi lunghi.

- **Modelli:** Oscillatore armonico con e senza forzante e attrito. Pendolo semplice. Oscillatore non lineare di Duffing. Oscillatore di Van der Pol. Modello di Malthus e Verhulst. Modello di Lotka- Volterra. Modello di due specie incompetizione. Modello di Darwin.

- **Sistemi dinamici su reti.** Cenni sulle reti (networks). Matrici di adiacenza e laplaciana; proprietà. Modelli di diffusione di epidemie sulle reti: modelli SI e SIR. Forma generale di un sistema dinamico su reti. Punti di equilibrio simmetrici. Casi diversi di accoppiamento e condizioni per l'asintotica stabilità. Modello del gossip. Esempi di soluzioni sincrone: oscillatori accoppiati.

- **Modelli matematici di reti neurali:** neurone biologico ed artificiale. Le funzioni di attivazione. Il Perceptrone discreto e continuo. Varie tipologie di reti neurali. Il training set. Addestramento supervisionato e non. Costruzione della funzione errore. L'algoritmo della back-propagation. Le reti ricorrenti e dinamiche. I sistemi dinamici delle reti di discrete e continue di Hopfield e la funzione energia.

3. METODI NUMERICI RUNGE KUTTA.

Richiami su consistenza e convergenza. Errore locale e globale, maggiorazioni. Verifica dell'ordine di consistenza: grafico dell'errore in funzione del passo di discretizzazione. Stabilità lineare dei metodi Runge Kutta, funzione di stabilità, regione di assoluta stabilità. Comportamento qualitativo dei metodi numerici: esistenza di punti di equilibrio.

Testi di riferimento

Teoria delle equazioni alle differenze:

V. Lakshmikantham, D. Trigiante, Theory of difference equations: numerical methods and applications, Academic Press Inc, 1988.

Modelli discreti:

D.G. Lumberger, Introduction to dynamic systems, J. Weley and Sons, 1979. Sistemi dinamici continui:

L. Perko, Differential Equations and Dynamicla Systems, Springer, 1991.

Modelli continui:

M. Braun, Differential Equations and Their Applications: An Introduction to Applied Mathematics: An Introduction to Applied Mathematics. Springer, 1983.

Simulazione numerica:

	J.D. Lambert, Numerical Methods for Ordinary Differential Systems: The Initial Value Problem, Wiley Interscience.
Note ai test di riferimento	
Materiali didattici	Pagina web del corso relativa ai sistemi dinamici continui e alla simulazioni numeriche https://sites.google.com/site/eliametnum/

Risultati di apprendimento previsti (secondo i Descrittori di Dublino)	
DD1 Conoscenza e capacità di comprensione	Acquisizione di concetti fondamentali di analisi qualitativa di sistemi dinamici continui e discreti; esistenza di punti di equilibrio o cicli limite e relative proprietà di stabilità, comportamenti delle soluzioni del sistema per tempi lunghi.
DD2 Conoscenza e capacità di comprensione applicate	Simulazione numerica di modelli discreti e continui ed interpretazione dei risultati ottenuti mediante costruzione di software.
DD3-5 Competenze trasversali	<i>DD3 Autonomia di giudizio:</i> Capacità di scelta degli strumenti necessari alla simulazione dei sistemi complessi studiati
	<i>DD4 Abilità comunicative:</i> Acquisizione del linguaggio in ambiente di simulazione di modelli.
	<i>DD5 Capacità di apprendere:</i> Acquisizione di un metodo di studio e lavoro in gruppo in cui ci si avvalga sia di testi che di software per la risoluzione di sistemi dinamici.

Metodi didattici	
	Le lezioni erogate sono di tipo frontale in aula. Le esercitazioni sono sia in aula che in laboratorio. Alla fine delle lezioni e delle esercitazioni saranno indicati i testi di riferimento e messi a disposizione dispense per parte delle lezioni.

Valutazione	
Modalità di verifica dell'apprendimento	Prova pratica: una settimana prima della data prevista per l'esame orale si richiede la presentazione di uno studio numerico e teorico qualitativo di modelli studiati a lezione o scelti in maniera autonoma. La prova orale seguirà al superamento della prova pratica. La prova orale consisterà in una discussione sulla prova pratica e su una discussione dei risultati teorici esposti durante le lezioni ed esercitazioni.
Criteri di valutazione	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Conoscenza e capacità di comprensione:</i> acquisizione e padronanza dei risultati teorici e degli aspetti implementativi e numerici del corso. • <i>Conoscenza e capacità di comprensione applicate:</i> capacità di applicare le conoscenze apprese alla simulazione di sistemi evolutivi in ambiente applicativo. • <i>Autonomia di giudizio:</i> capacità di scelta dei metodi e dei modelli adatti alla simulazione di sistemi complessi evolutivi. • <i>Abilità comunicative:</i> qualità nell'esposizione e capacità di comunicazione delle nozioni acquisite. • <i>Capacità di apprendere:</i> capacità di organizzazione autonoma e di gruppo dello studio.
Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	L'esame consiste in una prova pratica seguita da una prova orale. Per accedere alla prova orale bisogna aver superato la prova pratica. Entrambe le prove hanno eguale valore e l'esame si intende superato se sono superate entrambe le prove.

Ulteriori informazioni	
	La frequenza delle lezioni, esercitazioni in classe e di laboratorio è facoltativa ma fortemente consigliata.