

Matematica ed Elementi di Statistica
Laurea Triennale in Scienze della Natura
II Esonero - 13/12/2018

Traccia B

(punteggio massimo: 30 punti; livello di sufficienza: 18 punti)

- 1) Si determini il parametro k affinché la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^x - 2 & x \leq 0 \\ \sqrt{x} + 5 - k, & 0 < x < 4 \\ x - 2 & x \geq 4 \end{cases}$$

risulti continua in $x = 4$. Si studi, poi, la derivabilità della funzione ottenuta in corrispondenza di tale parametro e se ne disegni il grafico. [punti 5]

- 2) Si determini dominio, segno ed eventuali asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{\ln(x) + 1}{x - 3}.$$

Si riportino le informazioni ottenute su di un grafico. [punti 5]

- 3) Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{4-x}}{e^{x+1}}$$

e se ne tracci il grafico.

Si determini, in particolare, la monotonia di f , gli eventuali massimi e minimi relativi e assoluti, l'immagine di f . [punti 8]

- 4) Si determini la retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$ nel punto di ascissa $x = 1$. [punti 2].

- 5) Si studi la convessità della funzione $f(x) = 2e^{-x^2} + 1$ [punti 3]

- 6) Si calcoli il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{2x^4 + 5x^3 - 1}{x^2 + 5} dx \quad [punti 4]$$

- 7) Si calcoli l'area di piano sottesa al grafico della funzione $f(x) = x^4 \ln x$ nell'intervallo $[1, e]$. [punti 3]

- 8) (Facoltativo) Si stabilisca se l'integrale improprio della funzione $\frac{1}{\sqrt{x^3}}$ sull'intervallo $[2, \infty[$ converge o diverge. [punti 2]