

Matematica ed Elementi di Statistica
Laurea Triennale in Scienze della Natura
Prova scritta - 22 gennaio 2019

- 1) Una popolazione aumenta del 50 % in un anno e del 20 % nell'anno successivo. A quanto ammonta l'aumento percentuale complessivo? Se la popolazione iniziale è di 4000 individui, quale sarà la popolazione finale? [punti 1]

- 2) Si determini il valore del parametro k per cui la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 7 & x \leq 0 \\ e^x + k - 5 & x > 0 \end{cases}$$

risulti continua in $x = 0$. Si studi la derivabilità della funzione ottenuta in corrispondenza di tale parametro e se ne disegni il grafico. [punti 3]

- 3) Si determini dominio, segno ed eventuali asintoti della funzione $f(x) = \sqrt[3]{\frac{e^x + 1}{x^2 - 7}}$. Si riportino le informazioni ottenute su di un grafico. [punti 4]

- 4) Si studi la funzione

$$f(x) = \ln \left(\frac{x}{x+2} \right)$$

e se ne tracci il grafico.

Si studi, in particolare, la monotonia di f e si determini l'immagine di f . Si calcoli, infine, la retta tangente al grafico nel punto di ascissa 1. [punti 8]

- 5) Si calcoli il seguente integrale definito

$$\int_0^1 \frac{x^2}{x^2 + 5} dx \quad [punti 4]$$

- 6) La popolazione degli stambecchi del Parco Nazionale dello Stelvio è composta da circa 800 esemplari adulti, la cui lunghezza L varia tra i 130 e i 160 cm (si vedano i dati in tabella)

L (in cm)	130	135	140	145	150	155	160
Frequenze	32	41	158	268	116	70	115

- a) Si calcolino la moda, la media e la varianza;

- b) Si calcolino i quartili, il 20-esimo e il 75-esimo percentile. [punti 2]

- 7) Calcolare il valore atteso, la varianza e lo scarto quadratico medio di una v.a. discreta X che assume i valori $x_1 = 2$, $x_2 = 4$, $x_3 = 5$, $x_4 = 7$, $x_5 = 10$ con probabilità $p_1 = 0.1$, $p_2 = 0.3$, $p_3 = 0.2$, $p_4 = 0.1$, $p_5 = 0.3$. Detta $F(x)$ la funzione di distribuzione di X , si calcoli $F(8)$. [punti 2]

- 8) In una popolazione di ratti la lunghezza media è distribuita con legge normale di media $\mu = 25$ cm e deviazione standard $\sigma = 3$ cm. Si calcoli:

- a) la probabilità che un ratto abbia lunghezza minore di 30 cm;

- b) la probabilità che la lunghezza di un ratto sia compresa tra 22 e 28 cm. [punti 2]

Continua \longrightarrow

9) In uno studio sulla relazione tra l'età e l'altezza dei bimbi sono stati rilevati i seguenti dati

Età (X) (in mesi)	36	48	51	54	57	60
Altezza (Y) (in cm)	86	90	91	93	94	95

- a) Calcolare la retta di regressione della variabile Y rispetto alla variabile X ;
 - b) Calcolare il coefficiente di correlazione lineare ed interpretare il risultato ottenuto.
 - c) Utilizzare i risultati precedenti per stimare l'altezza di un bimbo di 4 anni e mezzo.
- [*punti* 4]