

Matematica ed Elementi di Statistica
Laurea Triennale in Scienze della Natura
Prova scritta - 19 aprile 2017

- 1) Una coltura batterica aumenta in un'ora del 70% e nell'ora successiva del 50%. Quale sarà stato l'aumento percentuale complessivo? Se il numero iniziale di batteri è 2000, quale sarà il numero di batteri dopo le due ore? [punti 1]
- 2) Si determini il valore del parametro k per cui la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ \sqrt{x} + k - 3 & 0 < x \leq 4 \\ \frac{1}{4}x + 1, & x > 4 \end{cases}$$

risulti continua in $x = 0$. Si studi la derivabilità della funzione ottenuta in corrispondenza di tale parametro e se ne disegni il grafico. [punti 3]

- 3) Si determini dominio, segno ed eventuali asintoti della funzione $f(x) = \frac{\ln x}{\ln x + 1}$. Si riportino le informazioni ottenute su di un grafico. [punti 4]
- 4) Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$$

e se ne tracci il grafico.

Si studi, in particolare, la monotonia di f e se ne determini l'immagine. Si calcoli, infine, la retta tangente al grafico nel punto di ascissa 1. [punti 8]

- 5) Si calcoli il seguente integrale definito

$$\int_0^1 \frac{x^5 - 3x^2 + 1}{x^2 + 1} dx \quad [punti 4]$$

- 6) I seguenti dati rappresentano i pesi (in kg) di 37 individui di età compresa tra i 25 e i 50 anni

Pesi (in kg)	65	70	75	80	85	90	105
Frequenze	3	5	11	14	2	1	1

- a) Si calcolino media, scarto quadratico medio e intervallo di variazione;
b) Si calcolino i quartili, il decimo e il novantesimo percentile. [punti 2]
- 7) Siano $A, B \subset \Omega$ due eventi tali che $p(A) = 0.20$ e $p(B) = 0.30$. Sapendo che la probabilità che si verifichi almeno uno dei due eventi è pari a 0.50, si calcoli la probabilità che si verifichino entrambi. Si dica se i due eventi sono indipendenti e si calcoli $p(A|B)$. [punti 2]
- 8) In una produzione di bulloni, il peso medio di ciascun bullone è distribuito con legge normale di parametri $\mu=30$ g e deviazione standard $\sigma = 5$ g.
- a) Si calcoli la probabilità che un bullone pesi almeno 50 g.
b) Si stimi il numero di bulloni con peso compreso tra 10 g e 50 g su un campione di 7000 unità. [punti 2]

Continua \longrightarrow

- 9) In uno studio sulla relazione tra il numero di consumazioni alcoliche effettuate e la concentrazione di alcol nel sangue ad un'ora dalla consumazione si ottengono i seguenti dati:

X (Numero di consumazioni)	1	2	3	4	5	6
Y (Concentrazione di alcol)	0.02	0.05	0.09	0.10	0.14	0.20

Riportare i dati in un diagramma a dispersione, calcolare e disegnare la retta di regressione, calcolare il coefficiente di correlazione lineare e interpretare il risultato ottenuto. Stimare, infine, se possibile, la concentrazione alcolica nel sangue di un individuo che abbia effettuato 3 consumazioni e mezzo di bevande alcoliche un'ora fa. [punti 4]