

Matematica ed Elementi di Statistica
Laurea Triennale in Scienze della Natura
Prova scritta - 13 aprile 2018

- 1) Una popolazione di 5000 unità cresce in un anno del 20 % e nell'anno successivo diminuisce del 30 %. A quanto ammonterà la popolazione dopo i due anni e quale sarà stato l'aumento percentuale complessivo? [punti 1]
- 2) Si determini il valore del parametro k per cui la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \arctan x, & x \leq 0 \\ x + k & 0 < x < 2 \\ 4 & x \geq 2 \end{cases}$$

risulti continua in $x = 2$. Si studi la derivabilità della funzione ottenuta in corrispondenza di tale parametro e se ne disegni il grafico. [punti 3]

- 3) Si determini dominio, segno ed eventuali asintoti della funzione $f(x) = \frac{\ln(x)}{x-3}$. Si riportino le informazioni ottenute su di un grafico. [punti 4]
- 4) Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 5}$$

e se ne tracci il grafico.

Si studi, in particolare, la monotonia di f e se ne determini l'immagine. Si calcoli, infine, la retta tangente al grafico nel punto di ascissa 0. [punti 8]

- 5) Si calcoli il seguente integrale definito

$$\int_1^e \log x \, dx \quad [punti 4]$$

e lo si rappresenti graficamente.

- 6) I seguenti dati rappresentano i pesi (in kg) di 50 storioni di 20 anni di età:

Pesi (in kg)	27	28	30	31	32	34	35
Frequenze	3	7	16	10	8	5	1

- a) Si calcolino media, scarto quadratico medio e intervallo di variazione;
b) Si calcolino i quartili, il 20-esimo e l'80-esimo percentile. [punti 2]
- 7) Siano A e B due eventi con probabilità $p(A) = 0.1$ e $p(B) = 0.4$ se la probabilità che si verifichino entrambi è pari a 0.3, quanto vale la probabilità che si verifichi almeno uno dei due? Si calcoli inoltre $p(A^C)$ e $p(A|B)$ e si dica se i due eventi sono indipendenti. [punti 2]
- 8) Il peso medio di una popolazione di cavia è distribuito con legge normale di media $\mu=30$ g e deviazione standard $\sigma = 5$ g. Si calcoli:
- a) la probabilità che una cavia pesi meno di 40 g;
b) si stimi il numero di cavia con peso compreso tra 20 g e 40 g su una popolazione di 1000 unità. [punti 2]

Continua \longrightarrow

9) In una (piccola) popolazione si raccolgono i seguenti dati relativi a due variabili statistiche:

X	1	2	3	0	4	5
Y	2	3	3	1	2	4

Riportare i dati in un diagramma a dispersione, calcolare il coefficiente di correlazione campionaria, calcolare e disegnare la retta di regressione ed interpretare i risultati ottenuti. Stimare, se possibile, il valore di Y in corrispondenza di $X = 2.5$. *[punti 4]*