

Laurea Triennale in Scienze della Natura
Corso di Matematica ed Elementi di Statistica
programma – a.a. 2021/22
Docente: Annunziata Loiudice
pagina web: www.dm.uniba.it/members/loiudice

Richiami di linguaggio insiemistico

Insiemi, operazioni tra insiemi: unione, intersezione, differenza, prodotto cartesiano. Cenni di logica elementare. Connettivi e quantificatori. Funzioni e relative proprietà: iniettività, suriettività, bigettività; funzioni invertibili e funzione inversa; funzione composta.

Insiemi numerici

Gli insiemi numerici \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} . Esistenza di numeri non razionali: irrazionalità di $\sqrt{2}$ (*). L'insieme \mathbb{R} dei numeri reali. Rappresentazione geometrica di \mathbb{R} . Intervalli di \mathbb{R} : aperti e chiusi, limitati e illimitati. Insiemi limitati, maggioranti e minoranti, massimo e minimo, estremo superiore ed estremo inferiore di un insieme, esistenza dell'estremo superiore. Rappresentazione decimale: allineamenti finiti, infiniti periodici e non periodici. Approssimazione: arrotondamento e troncamento. Notazione scientifica. Errore nelle misure: errore assoluto, relativo, percentuale.

Richiami di geometria analitica

Piano cartesiano. Distanza tra due punti. Equazione della retta. Condizione di parallelismo e perpendicolarità. Equazione della circonferenza. Equazione della parabola.

Funzioni reali di variabile reale

Generalità: dominio, immagine, grafico nel piano cartesiano. Funzioni monotone, crescenti e decrescenti. Monotonia e invertibilità. Funzioni limitate. Estremo inferiore e superiore di una funzione. Funzioni simmetriche, pari e dispari. Funzioni periodiche.

Funzioni elementari. Funzioni lineari, quadratiche, funzione reciproco, valore assoluto, funzione parte intera, funzione mantissa. Funzione potenza ad esponente intero, funzione radice n -esima; funzione potenza ad esponente reale. Funzione esponenziale. Funzione logaritmo. Proprietà algebriche dei logaritmi. Principali basi dei logaritmi. Funzioni trigonometriche seno, coseno, tangente e rispettive inverse. Equazioni e disequazioni con le funzioni elementari. Trasformazioni di grafici: traslazioni verticali e orizzontali; dilatazioni e compressioni, verticali e orizzontali, riflessioni rispetto agli assi coordinati, composizione con il valore assoluto.

Limiti di funzioni

Definizione di intorno e di punto di accumulazione. Definizione di limite di funzione. Teoremi di unicità del limite (*), permanenza del segno (*), teorema dei carabinieri (*). Limiti delle funzioni elementari. Operazioni con i limiti. Forme indeterminate. Limiti notevoli. Gerarchia degli infiniti e degli infinitesimi. Asintoti di una funzione: orizzontali, verticali, obliqui.

Successioni (cenni). Definizione di successione. Limite di successione. Successioni convergenti, divergenti, non regolari ed esempi. Teoremi sui limiti di successioni: unicità del limite, permanenza del segno, teorema del confronto, teorema dei carabinieri (enunciati) Successioni monotone. Teorema sul limite delle successioni monotone (enunciato). Definizione del numero di Nepero "e".

Continuità.

Definizione di funzione continua in un punto e in un intervallo. Algebra delle funzioni continue. Continuità delle funzioni elementari. Continuità della funzione composta. Tipi di discontinuità: discontinuità eliminabili, discontinuità di salto. Teoremi sulle funzioni continue: teorema della permanenza del segno, teorema di esistenza degli zeri (enunciato). Teorema di Weierstrass (enunciato), Teorema sull'esistenza dei valori intermedi (enunciato).

Calcolo differenziale

Rapporto incrementale. Definizione di derivata. Relazione tra continuità e derivabilità. Significato geometrico di derivata. Equazione della retta tangente. Punti di non derivabilità: punti angolosi, flessi a tangente verticale, cuspidi. Derivate delle funzioni elementari. Regole di derivazione: derivata del prodotto, del quoziente, della funzione composta e inversa.

Massimi e minimi relativi. Teoremi sulle funzioni derivabili: Teorema di Fermat(*), Teorema di Rolle(*), Teorema di Lagrange(*). Criterio di monotonia(*). Condizioni necessarie e sufficienti (del primo ordine) affinché un punto sia di massimo o di minimo relativo. Convessità e concavità. Criterio di convessità. Punti di

flesso. Caratterizzazione dei punti di flesso. Teorema di de l'Hopital. Risoluzione di limiti con la regola di de l'Hopital. Studio completo di funzione.

Calcolo integrale

Partizione di un intervallo. Somme integrali inferiori e superiori relative ad una partizione. Funzioni integrabili secondo Riemann e integrale definito. Integrabilità delle funzioni continue (enunciato). Significato geometrico dell'integrale definito. Proprietà di linearità e additività dell'integrale. Media integrale. Teorema della media (*). Funzione integrale. Teorema fondamentale del calcolo integrale (*). Primitive di una funzione. Caratterizzazione delle primitive in un intervallo (*). Formula fondamentale del calcolo integrale (*). Integrale indefinito. Calcolo di integrali indefiniti immediati. Integrazione di funzioni razionali fratte. Metodi di integrazione: integrazione per parti; integrazione per sostituzione. Calcolo di aree di figure piane. Integrali impropri (cenni).

Elementi di statistica

Introduzione alla statistica descrittiva: popolazione statistica, unità statistica, caratteri (o variabili statistiche) qualitativi e quantitativi, modalità di un carattere. Tabelle di frequenza e rappresentazioni grafiche. Istogramma delle frequenze. Frequenze assolute, relative, percentuali, cumulate. Indici statistici di posizione: media, moda, mediana. Tipi di medie: media aritmetica (semplice e ponderata), media geometrica, media armonica, media quadratica. Quartili, percentili, quantili di ordine $0 < \alpha < 1$. Indici statistici di dispersione: intervallo di variazione (o range), varianza e scarto quadratico medio (o deviazione standard), scarto interquartile. Correlazione tra variabili. Diagramma a dispersione. Covarianza. Coefficiente di correlazione lineare di Pearson. Retta di regressione.

Elementi di calcolo combinatorio

Disposizioni semplici e con ripetizione. Permutazioni. Combinazioni.

Elementi di probabilità

Esperimenti aleatori. Spazio dei campioni. Eventi aleatori. Definizioni di probabilità: classica, frequentistica, soggettivista. Definizione assiomatica di probabilità. Probabilità dell'unione e dell'evento contrario. Probabilità condizionata. Eventi indipendenti.

Variabili aleatorie. Funzione di distribuzione di una variabile aleatoria. Variabili aleatorie discrete: valori e relative masse di probabilità. Valor medio, varianza e scarto quadratico medio di una v.a. discreta. La v.a. binomiale o di Bernoulli $B(n,p)$. Variabili aleatorie continue. Funzione densità di probabilità e sue caratteristiche. Valore medio, varianza e scarto quadratico medio di una v.a. continua. La distribuzione normale. Campioni approssimativamente normali. Proprietà della funzione gaussiana. Funzione di distribuzione della v.a. normale. Tavole della distribuzione normale. Quantili gaussiani.

Nota: I teoremi con dimostrazione sono contrassegnati con il simbolo (*).

Testi consigliati:

Marcellini-Sbordone, Elementi di calcolo, Liguori editore.

D. Benedetto - M. Degli Esposti - C. Maffei, Matematica per le Scienze della vita, Casa Editrice Ambrosiana.

S. Ross, Introduzione alla Statistica, Apogeo Education, Maggioli Editore (primi capitoli)

Marcellini-Sbordone, Esercitazioni di Matematica, Vol I , parte I e II, Liguori editore

Appunti delle lezioni, disponibili su Teams.

Slide di calcolo combinatorio e probabilità, disponibili su Teams.

Fogli di esercizi 1-9 disponibili su Teams.

(indirizzo: www.dm.uniba.it/Members/loiudice, Sezione Homepage, pagina web del corso a.a.2021/22)