Matematica ed Elementi di Statistica
Laurea Triennale in Scienze della Natura
Prova scritta - 5 febbraio 2019

1) Una popolazione, a seguito di una diminuzione del 35% dovuta ad un'epidemia, raggiunge le 18000 unità. A quanto ammontava la popolazione prima dell'epidemia? [*punti* 1]

2) Si determini il valore del parametro k per cui la funzione

$$f(x) = \begin{cases} |x| + 5, & x \leq 0 \\ x^2 + k + 2 & 0 < x < 2 \\ 4x + 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

risulti continua in $x = 2$. Si studi la derivabilità della funzione ottenuta in corrispondenza di tale parametro e se ne disegni il grafico. [*punti* 3]

3) Si determini dominio, segno ed eventuali asintoti della funzione $f(x) = \sqrt{\frac{\ln x}{x^2 - 5}}$. Si riportino le informazioni ottenute su di un grafico. [*punti* 4]

4) Si studi la funzione

$$f(x) = e^{\frac{x}{x+3}}$$

e se ne tracci il grafico.
Si studi, in particolare, la monotonia di f, si determinino gli eventuali massimi e minimi relativi, specificando se sono anche assoluti, e si determini l'immagine di f. Si calcoli, infine, l'equazione della retta tangente al grafico nel punto di ascissa 0. [*punti* 8]

5) Si calcoli il seguente integrale definito

$$\int_0^1 \frac{x^4 + 3x^2 - 5x + 2}{x + 2}\, dx \qquad\qquad [\textit{punti } 4]$$

6) I seguenti dati rappresentano gli stipendi annuali (in migliaia di euro) guadagnati da 30 ingegneri neolaureati:

Stipendi (in migliaia di euro)	27	28	30	31	32	34	36	37	40
Frequenze	1	0	3	6	10	5	2	2	1

a) Si calcolino media, moda e scarto quadratico medio;
b) Si calcolino i quartili, il 20-esimo e il 90-esimo percentile. [*punti* 2]

7) Siano $A, B \subset \Omega$ due eventi tali che $p(A) = 2/5$, $p(B) = 3/5$. Sapendo che la probabilità che si verifichino entrambi è pari a 1/25, si calcoli la probabilità che si verifichi almeno uno dei due. Si dica se i due eventi sono indipendenti e si calcolino $p(A|B)$ e $p(B^C)$. [*punti* 2]

8) L'altezza media di una popolazione è distribuita con legge normale di media μ=170 cm e deviazione standard $\sigma = 8$ cm. Si calcoli:
a) la probabilità che un individuo sia alto meno di 1.90 m;
b) il numero stimato di individui con altezza maggiore di 1.80 m su una popolazione di 2000 individui. [*punti* 2] Continua ⟶

9) I dati in tabella rappresentano il numero di sigarette fumate al giorno e il numero di radicali liberi in 6 fumatori:

Numero sigarette al giorno (X)	18	32	25	60	12	25
Numero radicali liberi (Y)	202	644	411	755	144	302

Riportare i dati in un diagramma a dispersione, calcolare il coefficiente di correlazione lineare, calcolare la retta di regressione ed interpretare i risultati ottenuti. Utilizzare, se possibile, i risultati ottenuti per stimare il numero di radicali liberi in un fumatore che fumi 40 sigarette al giorno. [*punti* 4]