Matematica ed Elementi di Statistica
Laurea Triennale in Scienze della Natura
Modello III Esonero
(*punteggio massimo: 30 punti; livello di sufficienza: 18 punti*)

1) I seguenti dati rappresentano la lunghezza in cm di un campione di 800 stambecchi del Parco Nazionale dello Stelvio:

Lunghezze (in cm)	130	135	140	145	150	155	160
Frequenze	32	41	158	268	116	70	115

a) si calcolino media, scarto quadratico medio e intervallo di variazione.
b) si completi la tabella con le frequenze relative e cumulate e si calcolino mediana, quartili e scarto interquartile;
c) si calcolino il 20-esimo e l'80-esimo percentile. [*punti* 6].

2) In una (piccola) popolazione si raccolgono i seguenti dati relativi a due variabili statistiche:

X	1	2	3	0	4	3
Y	2	3	3	1	2	4

Riportare i dati in un diagramma a dispersione, calcolare il coefficiente di correlazione campionaria, calcolare la retta di regressione ed interpretare i risultati ottenuti. Utilizzare, se possibile, i risultati ottenuti per stimare il valore di Y in corrispondenza di $Y = 2.5$. [*punti* 6]

3) Quanti sono i possibili anagrammi della parola GIOCO? Con le lettere di tale parola, quanti codici di 3 cifre con ripetizioni si possono ottenere? [*punti* 2]

4) Siano $A, B \subset \Omega$ due eventi tali che $p(A) = 0.5$, $p(B) = 0.2$ e la probabilità che si verifichi almeno uno dei due è 0.7. Si calcoli la probabilità che si verifichino entrambi. I due eventi sono indipendenti? Si calcolino, inoltre, $p(A|B)$ e $p(B^C)$. [*punti* 2]

5) In una popolazione la probabilità di essere biondi è 1/2, la probabilità di avere gli occhi azzurri è 1/2. Se la probabilità di essere biondi ma non avere gli occhi azzurri è 1/6, i due caratteri sono indipendenti? Qual è la probabilità di non essere biondi ma avere gli occhi azzurri? [*punti* 2]

6) In una scatola ci sono 20 palline bianche e 10 nere. Qual è la probabilitá che in una estrazione con reimbussolamento si estraggano 2 palline nere? E senza reimbussolamento? [*punti* 2]

7) Sia X una variabile alatoria discreta che assume i valori $1, 2, 5, 8$ con probabilità $0.1, 0.3, 0.2, 0.4$. Si calcolino media e varianza e si disegni il grafico della funzione di distribuzione F di X. [*punti* 2]

8) L'altezza media di una popolazione è distribuita con legge normale di media μ=170 cm e deviazione standard $\sigma = 8$ cm. Si calcoli:
a) la probabilità che un individuo sia alto meno di 1.90 m;
b) la probabilità che l'altezza di un individuo sia compresa tra 1.62 m e 1.78 m;
c) il numero stimato di individui con altezza maggiore di 1.80 m su una popolazione di 2000 individui. [*punti* 5]

9) Si calcolino i quantili gaussiani z_α con $\alpha = 0.65$ e $\alpha = 0.850$. [*punti* 1]

10) Supponiamo che quando un segnale elettrico di valore μ viene trasmesso dalla sorgente A, il ricevente B registri un valore distribuito con legge normale di media μ e varianza 4. Supponiamo, inoltre, che per ridurre l'errore, lo stesso segnale sia trasmesso 9 volte, e si registrino i seguenti valori:

    5 8.5 12 15 7 9 7.5 6.5 10.5

    Si determini un intervallo di confidenza al 95% per μ. [*punti* 2]

    Soluz: Sappiamo che l'intervallo di confidenza al 95% per la media μ, nota la varianza σ, per una distribuzione normale è dato da: $\left(\bar{x} - 2\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 2\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ *dove $\bar{x}$ è la media su un campione di numerosità n. Poichè $\bar{x} = \frac{81}{9} = 9$, e $\sigma = 2$, l'intervallo di fiducia al* 95% *è dato da* $\left(9 - 2 \cdot \frac{2}{3}, 9 + 2 \cdot \frac{2}{3}\right) = (7.6, 10.3)$, *quindi possiamo affermare che μ appartiene all'intervallo* $(7.6, 10.3)$ *con fiducia del* 95%.