martedì 22 dicembre 2020 20:51

Esercizi

Disequazioni

1) $2x^3 - 4x^2 - 2x \leq 0$ — Sol.: $x \leq 1-\sqrt{2} \vee 0 \leq x \leq 1+\sqrt{2}$

2) $x^4 - 4x^2 + 3 \leq 0$ — Sol.: $-\sqrt{3} \leq x \leq -1 \vee 1 \leq x \leq \sqrt{3}$

3) $x^5 - 4x^3 > 0$ — Sol.: $-2 < x < 0 \vee x > 2$

4) $\frac{4-x^2}{x^2-1} \geqslant 0$ — Sol.: $-2 \leq x < -1 \vee 1 < x \leq 2$

5) $\frac{x^2-x+5}{4x^2+x-3} > 0$ — Sol.: $x < -1 \vee x > \frac{3}{4}$

6) $|x-2| < 3$ — Sol.: $-1 < x < 5$

7) $\left|\frac{x+1}{x-1}\right| < 4$ — Sol.: $x < \frac{3}{5} \vee x > \frac{5}{3}$

8) $\left|\frac{5}{2+x}\right| > 1$ — Sol.: $-7 < x < -2 \vee -2 < x < 3$

9) $\frac{x^3+1}{|x|-5} \leq 0$ — Sol.: $x < -5 \vee -1 \leq x < 5$

10) $\frac{|x|(2-x)}{x^2+x+1} \geqslant 0$ — Sol.: $x \leq 2$

11) $\begin{cases} 2x^2-3x-5 > 0 \\ 3x^2-8x+4 \leq 0 \end{cases}$ — Sol.: $\emptyset$

12) $\begin{cases} x-3 > 1 \\ x(x-3) > 4 \end{cases}$ — Sol.: $x > 4$

13) $\sqrt[3]{2x-1} < 1$ — Sol.: $x < 1$

14) $\sqrt[3]{x^3+1} < x+1$ — Sol.: $x < -1 \vee x > 0$

15) $\sqrt{x-1} < \frac{1}{4}$ — Sol.: $1 \leq x < \frac{17}{16}$

16) $4-x > \sqrt{6x-x^2+16}$ — Sol.: $-2 \leq x < 0$

17) $\sqrt{4x^2+3x-1} > 2x-3$ Sol.: $x \leq -1 \vee x \geq \frac{1}{4}$

18) $\log(x-3) < 1$ Sol.: $3 < x < 13$

19) $\log_{\frac{1}{4}}(1-x) < \log_{\frac{1}{4}}(2x+3)$ Sol.: $-\frac{3}{2} < x < -\frac{2}{3}$

20) $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-8) > 0$ Sol.: $-3 < x < -2\sqrt{2} \vee 2\sqrt{2} < x < 3$

21) $\ln x + \ln 4 < 0$ Sol.: $0 < x < \frac{1}{4}$

22) $\log(2x^2-5x+3) < 0$ Sol.: $\frac{1}{2} < x < 1 \vee \frac{3}{2} < x < 2$

23) $(\log_3 x)^2 + \log_3 x - 6 > 0$ Sol.: $0 < x < \frac{1}{27} \vee x > 9$

24) $3^{x^2} > 81$ Sol.: $x < -2 \vee x > 2$

25) $3^{x^2+2x} \geq 1$ Sol.: $x \leq -2 \vee x \geq 0$

26) $2^{1-x} + 2^{1+x} > 4$ Sol.: $\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$

27) $\frac{\log x + 1}{2^x - 1} > 0$ Sol.: $x > \frac{1}{e}$

28) $\frac{x^3+8}{\sqrt{x}-4} \geq 0$ Sol.: $x > 16$

29) $\frac{\arctg(x+1)}{x^2+5} > 0$ Sol.: $x > -1$

30) $\sqrt[3]{\frac{x}{x+7}} \leq 0$ Sol.: $-7 < x \leq 0$.

Esercizi su dominio, zeri, segno di funzioni.

1) $f(x) = \left(\sqrt[3]{x^2-1}\right) e^{-x}$ $\quad \left(D=\mathbb{R},\ f(x)=0 \text{ per } x=\pm 1,\ f(x)>0 \text{ per } x<-1 \vee x>1\right)$

2) $f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{x+2}$ $\quad \left(D=\mathbb{R}\setminus\{-2\},\ f(x)=0 \text{ per } x=1,\ f(x)>0 \text{ per } x<-2 \vee x>1\right)$

3) $f(x) = \dfrac{e^{\frac{1}{x-1}}}{x-7}$ $\quad \left(D=\mathbb{R}\setminus\{1,7\},\ f(x)=0 \text{ nessuno sol.},\ f(x)>0 \text{ per } x>7\right)$

4) $f(x) = x^3 e^{\frac{x^2-3x}{1+7x}}$ $\quad \left(D=\mathbb{R}\setminus\{-\tfrac{1}{7}\},\ f(x)=0 \text{ per } x=0,\ f(x)>0 \text{ per } x>0\right)$

5) $f(x) = x^2\sqrt{\dfrac{x+3}{x-2}}$ $\quad \left(D=]-\infty,-3]\cup]2,+\infty[,\ f(x)=0 \text{ per } x=-3,\ f(x)>0\ \forall x\in D\setminus\{-3\}\right)$

6) $f(x) = e^{-x}\left(\sqrt[3]{\dfrac{x+1}{x-1}}\right)$ $\quad \left(D=\mathbb{R}\setminus\{1\},\ f(x)=0 \text{ per } x=-1,\ f(x)>0 \text{ per } x<-1 \vee x>1\right)$

7) $f(x) = \dfrac{\log(x+7)}{x^2+2x}$ $\quad \left(D=]-7,+\infty[\setminus\{-2,0\},\ f(x)=0 \text{ per } x=-6,\ f(x)>0 \text{ per } -6<x<-2 \vee x>0\right)$

8) $f(x) = \dfrac{\log|x|}{x^2+7}$ $\quad \left(D=\mathbb{R}\setminus\{0\},\ f(x)=0 \text{ per } x=\pm 1,\ f(x)>0 \text{ per } x<-1 \vee x>1\right)$

9) $f(x) = \operatorname{arctg}\left(\dfrac{x^2-2}{x+3}\right)$ $\quad \left(D=\mathbb{R}\setminus\{-3\},\ f(x)=0 \text{ per } x=\pm\sqrt{2},\ f(x)>0 \text{ per } -3<x<-\sqrt{2} \vee x>\sqrt{2}\right)$

$f(x) > 0$ per $-\sqrt{2} < x <$ [illegible] o $x >$ [illegible])

10) $f(x) = \left| \dfrac{\log x - 2}{3^x - 1} \right|$ ($D =]0, +\infty[$, $f(x) = 0$ per $x = e^2$

$f(x) > 0 \quad \forall x \in D \setminus \{e^2\}$.)

11) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+7}}{\sqrt{x} - 2}$ ($D =]0, 4[\cup]4, +\infty[$, $f(x) = 0$ nessuna soluz.

$f(x) > 0$ per $x > 4$)

12) $f(x) = \dfrac{(|x| - 5)\sqrt[3]{x}}{x^3 - 2}$ ($D = \mathbb{R} \setminus \{\sqrt[3]{2}\}$, $f(x) = 0$ per $x = 0, \pm 5$

$f(x) > 0$ per $x < -5 \vee 0 < x < \sqrt[3]{2} \vee$

$x > 5$)