

Matematica ed Elementi di Statistica – a.a. 2024/25

La prova orale consisterà nella discussione di:

1. un teorema con dimostrazione (elenco I);
2. un enunciato o definizione sulla parte di Analisi (elenchi II e III)
3. una domanda sulla Statistica e Probabilità (elenco IV)

Nota bene: Si richiederà di saper illustrare le definizioni con esempi e di conoscere il significato geometrico dei teoremi e delle definizioni.

Elenco I. Teoremi con dimostrazione:

1. Teorema di unicità del limite.
2. Teorema sulla permanenza del segno.
3. Teorema dei carabinieri
4. Teorema di Fermat
5. Teorema di Rolle
6. Teorema di Lagrange
7. Criterio di monotonia
8. Teorema della media integrale
9. Caratterizzazione delle primitive in un intervallo
10. Formula fondamentale del calcolo integrale

Elenco II. Teoremi (solo enunciato)

1. Teorema sul limite delle successioni monotone
2. Teorema della permanenza del segno per funzioni continue
3. Teorema di Weierstrass
4. Teorema degli zeri
5. Teorema sull'esistenza dei valori intermedi
6. Relazione tra continuità e derivabilità. Esempio di funzione continua, non derivabile
7. Criterio di convessità
8. Teorema di de l'Hopital
9. Teorema fondamentale del calcolo integrale

Elenco III. Definizioni

1. Definizione di funzione, funzioni iniettive, suriettive, bigettive.
2. Funzioni invertibili e funzione inversa.
3. Insiemi limitati. Maggioranti e minoranti, estremo inferiore ed estremo superiore, massimo e minimo di un insieme.
4. Funzioni limitate. Estremo inferiore ed estremo superiore, massimo e minimo di una funzione.
5. Funzioni monotone, crescenti e decrescenti. Relazione tra monotonia e invertibilità.
6. Descrizione di una assegnata funzione elementare: definizione, proprietà e relativo grafico (funzione potenza ad esponente intero, radice, potenza ad esponente reale,

- funzione esponenziale, funzione logaritmo, funzioni seno, coseno, tangente, funzioni trigonometriche inverse)
7. Definizione di limite di funzione e rappresentazione grafica del limite.
 8. Asintoti di una funzione: orizzontali, verticali, obliqui.
 9. Limite di successioni. Successioni convergenti, divergenti, non regolari. Esempi.
 10. Definizione di numero di Nepero "e".
 11. Funzione continua in un punto e in un intervallo.
 12. Tipi di discontinuità: discontinuità eliminabili, discontinuità di salto.
 13. Rapporto incrementale. Funzione derivabile in un punto e definizione di derivata.
 14. Significato geometrico di derivata ed equazione della retta tangente.
 15. Punti di non derivabilità: punti angolosi, flessi a tangente verticale, cuspidi.
 16. Massimi e minimi relativi di una funzione.
 17. Funzioni convesse e concave. Flessi.
 18. Funzioni integrabili secondo Riemann e integrale definito.
 19. Media integrale.
 20. Funzione integrale
 21. Primitive di una funzione e integrale indefinito
 22. Integrali impropri (cenni).

Elenco IV. (Parte di Statistica e Probabilità)

1. Indici di posizione statistici: media, moda, mediana. Quartili, percentili, quantili di una distribuzione di dati.
2. Tipi di medie: media aritmetica (semplice e ponderata), media geometrica, media armonica, media quadratica.
3. Indici di dispersione: intervallo di variazione, varianza e scarto quadratico medio, scarto interquartile, range o intervallo di variazione.
4. Correlazione tra variabili. Covarianza e coefficiente di correlazione lineare r . Retta di regressione.
5. Disposizioni, permutazioni, combinazioni.
6. Definizioni di probabilità: classica, frequentista, soggettivista.
7. Definizione assiomatica di probabilità e conseguenze degli assiomi (probabilità dell'unione, probabilità del complementare)
8. Probabilità condizionata. Eventi indipendenti.
9. Variabili aleatorie discrete ed esempi. Valore atteso, varianza, scarto quadratico medio di una variabile aleatoria discreta.
10. Esempio di variabile aleatoria discreta: la variabile aleatoria binomiale o di Bernoulli.
11. Variabili aleatorie continue. Densità di probabilità e sue proprietà. Valore atteso, varianza e scarto quadratico medio di una variabile aleatoria continua.
12. Esempio di variabile aleatoria continua: la variabile aleatoria normale. Proprietà della funzione gaussiana. Funzione di distribuzione e tavole della distribuzione normale.