

**Programma di Analisi Matematica II**  
**Laurea in Fisica – a. a. 2019-20**  
**Prof.ssa Benedetta Lisena**

**SPAZI METRICI**

Distanza. Gli spazi metrici  $\mathbf{R}^n$  e  $C([a,b])$ . Intorni sferici. Insiemi aperti. Successioni convergenti e di Cauchy. Funzioni continue tra spazi metrici e **proprietà**. Spazi metrici completi. **Il teorema delle contrazioni**. Spazi normati.

**FUNZIONI DI PIU' VARIABILI**

*Limiti e continuità*

Lo spazio vettoriale reale n-dimensionale. Modulo, distanza e prodotto scalare. Elementi di topologia. Intorno sferico. Punti interni, esterni e di frontiera. Insiemi aperti, chiusi, limitati e compatti. Limiti e continuità e teoremi relativi. Calcolo dei limiti. Limite lungo una retta e in coordinate polari. Teoremi di Weierstrass e di Cantor.

*Calcolo differenziale*

Derivate parziali e derivate direzionali. Funzioni differenziabili e **loro proprietà**. **Formula del gradiente. Teorema del differenziale totale**. Piano tangente. Teorema di derivazione della funzione composta. **Teorema di Lagrange**. Derivazione sotto il segno di integrale. Derivate di ordine superiore. Teorema di Schwartz. **Formula di Taylor** (di ordine 2). Aperti connessi. **Teorema sulle funzioni a gradiente nullo**. Punti di massimo e minimo relativo. Punti critici e punti di sella. **Condizione necessaria**. Forme quadratiche e autovalori di matrici simmetriche. **Condizione sufficiente per funzioni di classe  $C^2$** . **Test delle derivate parziali seconde**. Funzioni a valori vettoriali. Matrice jacobiana. Campi vettoriali.

**CURVE PARAMETRICHE E INTEGRALI CURVILINEI**

*Curve parametriche*

Nozioni generali. Curve semplici, regolari e regolari a tratti. Cambiamento di parametro e curve equivalenti. Curve rettificabili. **Lunghezza di una curva regolare**. Invarianza rispetto a cambiamenti di parametro. Integrali curvilinei di prima specie e relative proprietà.

*Forme differenziali e integrali curvilinei di seconda specie*

Integrale curvilineo di un campo vettoriale. Integrale curvilineo di forme differenziali e proprietà. Forme differenziali chiuse ed esatte. Funzioni potenziale e **proprietà**. **Calcolo dell'integrale curvilineo di una forma differenziale esatta. Legame tra forme differenziali chiuse e esatte in aperti rettangolari o stellati**. Forme differenziali chiuse in aperti semplicemente connessi. Metodi per determinare un potenziale. Rotore di un campo vettoriale. Campi vettoriali conservativi e irrotazionali.

**FUNZIONI IMPLICITE ED ESTREMI VINCOLATI**

### *Funzioni implicite*

**Teorema del Dini per funzioni di due variabili.** Funzione implicita. Retta tangente ad una curva del piano. Caso delle funzioni di tre variabili. Piano tangente a superfici assegnate tramite equazioni cartesiane. Il teorema del Dini per i sistemi.

### *Massimi e minimi vincolati*

Nozione di punto di massimo e minimo vincolato. **Teorema del moltiplicatore di Lagrange.** Determinazione del massimo e minimo vincolato con il metodo dei moltiplicatori di Lagrange. Ricerca del massimo e minimo assoluto per funzioni di due variabili.

## INTEGRALI MULTIPLI

### *Misura e integrale in più variabili*

Misura secondo Peano-Jordan. Misura degli intervalli, plurintervalli, insiemi limitati. Caratterizzazioni degli insiemi limitati misurabili. **Condizione sufficiente per la misurabilità.** Funzioni integrabili secondo Riemann. Criterio di integrabilità. Integrabilità delle funzioni quasi ovunque continue.

### *Integrali doppi*

Domini semplici e formule di riduzione. **Integrabilità delle funzioni continue.** **Significato geometrico dell'integrale.** Proprietà dell'integrale. Cambiamento di variabili. Formula di cambiamento di variabili. Coordinate polari. **Formule di Gauss-Green.** **Area di domini regolari.** **Integrazione per parti.**

### *Integrali tripli*

Domini semplici rispetto ad un asse. Integrazione per fili e per strati. **Volume di un solido di rotazione.** Cambiamento di variabili. Il caso del cambiamento di variabili in coordinate cilindriche o sferiche.

## SUPERFICI E INTEGRALI DI SUPERFICIE

Prodotto vettoriale. Superfici parametriche nello spazio. Esempi. Punti singolari e regolari. Piano tangente. Superfici regolari. Area di una superficie regolare. **Area di superfici di rotazione.** Integrale di superficie di una funzione. Superfici orientate. Flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie orientata. Divergenza di un campo vettoriale. Teorema della divergenza (o di Gauss). Teorema di Stokes (o del rotore).

N.B. E' richiesta la dimostrazione dei risultati in grassetto.

### *Testi consigliati*

M.BERTSCH, R.DAL PASSO, L.GIACOMELLI *Analisi Matematica*  
Mc Graw-Hill, 2007

M.FUSCO, P.MARCELLINI, C.SBORDONE *Analisi Matematica due*  
Liguori Editore, 2001

P.MARCELLINI, C.SBORDONE *Esercitazioni di Analisi Matematica due*  
Ed. Zanichelli, 2017

S.SALSA, A.SQUELLATI, *Esercizi di Analisi Matematica 2* Masson, 1996  
R.ADAMS, C.ESSEX, *Calcolo differenziale 2*, Casa editrice Ambrosiana, 2014