| | |
|---|---|
| **CORSO DI STUDIO** | **LAUREA IN MATEMATICA (L-35)** |
| **ANNO ACCADEMICO** | **2023-2024** |
| **INSEGNAMENTO** | **ISTITUZIONI DI ANALISI SUPERIORE 1** |

| **Principali informazioni sull'insegnamento** | |
|---|---|
| Anno di corso | Terzo |
| Periodo di erogazione | Primo semestre (25 settembre 2023 – 22 dicembre 2023) |
| Crediti formativi universitari (CFU) | 7 |
| Settore scientifico disciplinare (SSD) | MAT/05 – Analisi Matematica |
| Lingua di erogazione | Italiano |
| Modalità di frequenza | Facoltativa |

| **Docenti** | | |
|---|---|---|
| Nome e cognome | Monica Lazzo (titolare) | Anna Valeria Germinario |
| Indirizzo mail | monica.lazzo@uniba.it | anna.germinario@uniba.it |
| Telefono | +39 080 544 2503 | |
| Sede | Dipartimento di Matematica<br>stanza 6 quarto piano | Dipartimento di Matematica<br>stanza 17 secondo piano |
| Sede virtuale | Microsoft Teams, codice hr9trx4 | Microsoft Teams, codice hr9trx4 |
| Pagina web | https://www.dm.uniba.it/it/members/lazzo | https://www.dm.uniba.it/it/members/germinario |
| Ricevimento | Su appuntamento da concordare via e-mail | Su appuntamento da concordare via e-mail |

| **Organizzazione della didattica** | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Totali | Didattica frontale | Pratica (esercitazioni) | Studio individuale |
| **Ore** | 175 | 40 | 30 | 105 |
| **CFU** | 7 | 5 | 2 | |

| **Obiettivi formativi** | |
|---|---|
| | Acquisizione degli strumenti di base dell'analisi moderna, con particolare riferimento alla teoria della misura, alla teoria elementare degli spazi $L^p$ e degli spazi di Hilbert, e agli elementi di base dell'analisi delle funzioni di una variabile complessa. |

| **Prerequisiti** | |
|---|---|
| | Le conoscenze acquisite in genere nei primi due anni di una laurea della classe L-35. In particolare: analisi matematica classica in una e più variabili, topologia generale, algebra lineare. |

| **Syllabus** | |
|---|---|
| Contenuti dell'insegnamento (Programma) | **Analisi Reale**<br>**1. Teoria della misura e dell'integrazione astratta**<br>$\sigma$–algebre, insiemi misurabili, funzioni misurabili, misure e loro proprietà elementari, integrazione di funzioni positive e di funzioni a valori complessi; proprietà di convergenza per successioni di integrali: teorema di convergenza monotona, lemma di Fatou, teorema di convergenza |

| | |
|---|---|
| | dominata; serie di integrali; completamento di una misura; teorema di Severini–Egoroff; teorema di passaggio al limite di Vitali.<br>**2. Misure boreliane positive**<br>Richiami sulla costruzione della misura di Lebesgue in $\mathbf{R}^N$; caratterizzazioni della misurabilità secondo Lebesgue; esistenza di insiemi non misurabili secondo Lebesgue; misure regolari; misure boreliane invarianti per traslazione; misura di Lebesgue e applicazioni lineari.<br>**3. Gli spazi $L^p$**<br>Disuguaglianze di Jensen, di Hölder e di Minkowsky; norme negli spazi $L^p$; completezza degli spazi $L^p$; proprietà di continuità delle funzioni misurabili in $\mathbf{R}^N$; densità di $C_c(\mathbf{R}^N)$ in $L^p(\mathbf{R}^N)$; densità di $C_c(\mathbf{R}^N)$ in $C_0(\mathbf{R}^N)$; separabilità di $L^p(\mathbf{R}^N)$.<br>**4. Teoria elementare degli spazi di Hilbert**<br>Disuguaglianza di Schwarz e disuguaglianza triangolare; teorema di minima norma per convessi chiusi; teorema dei proiettori ortogonali; teorema di rappresentazione di Riesz dei funzionali su uno spazio di Hilbert; problema della migliore approssimazione; insiemi ortonormali massimali; identità di Bessel, identità di Parseval; lo spazio $L^2(T)$ e le serie di Fourier; lo spazio $H^s(T)$, immersione in $C(T)$.<br><br>**Analisi complessa**<br>**5. Introduzione alla teoria delle funzioni olomorfe**<br>Limiti e continuità di funzioni complesse; funzioni olomorfe e loro proprietà, condizioni di Cauchy-Riemann; funzioni olomorfe costanti, teoremi di tipo Liouville; primitive e loro proprietà; interpretazione geometrica della derivata, mappe conformi; funzioni polidrome e loro selezioni; funzione argomento; esponenziale, logaritmo e sue selezioni olomorfe, funzioni trigonometriche e iperboliche; curve a valori complessi; lunghezza di una curva; integrale curvilineo di una funzione lungo una curva; relazione con le forme differenziali; caratterizzazione dell'esistenza di primitive di una funzione complessa; serie di potenze complesse e loro convergenza, raggio di convergenza, teorema di olomorfia delle serie di potenze; funzioni analitiche.<br>**6. Teorema di Cauchy e analiticità delle funzioni olomorfe**<br>Integrale di Cauchy e sua analiticità; indice di avvolgimento; teorema di Goursat; esistenza di primitive locali; formula integrale di Cauchy; analiticità delle funzioni olomorfe; teorema di Morera; formula di Cauchy e stime di Cauchy per le derivate; teorema fondamentale dell'algebra; teorema di Liouville per funzioni olomorfe limitate; teorema di Morera–Weierstrass; teorema di Cauchy nel caso generale e applicazioni.<br>**7. Teorema degli zeri e funzioni armoniche**<br>Teorema degli zeri di una funzione olomorfa e corollari; funzioni olomorfe e funzioni armoniche; proprietà del valor medio; principio di massimo per funzioni armoniche; principio del massimo modulo e del minimo modulo.<br>**8. Teorema dei residui e applicazioni**<br>Singolarità isolate; serie di Laurent; classificazione delle singolarità isolate e loro caratterizzazioni; teorema dei residui e sue applicazioni; teorema dell'indice logaritmico; teorema di Rouché; teorema dell'applicazione aperta; teorema dell'invertibilità locale.<br><br>Nota: una versione più dettagliata del programma verrà resa disponibile al termine delle lezioni sulla pagina web dedicata all'insegnamento (https://elearning-mat.hosting.uniba.it). |

| | |
|---|---|
| Testi di riferimento | W. Rudin, Real and Complex Analysis, McGraw–Hill Book Company<br>S. Lang, Complex Analysis, Springer–Verlag<br>G. Gilardi, Analisi 3, Mc Graw–Hill<br>G.B. Folland, Real Analysis, Wiley-Interscience<br>Per dettagli sulla costruzione della misura di Lebesgue:<br>N. Fusco, P. Marcellini, C. Sbordone, Analisi Matematica due, Zanichelli (Liguori per edizioni precedenti) |
| Note ai testi di riferimento | |
| Materiali didattici | Il materiale didattico utilizzato durante le lezioni è reperibile sulla pagina web dedicata all'insegnamento (https://elearning-mat.hosting.uniba.it). |

| **Risultati di apprendimento previsti (secondo i Descrittori di Dublino)** | |
|---|---|
| DD1 Conoscenza e capacità di comprensione | Acquisizione di concetti fondamentali della moderna analisi reale e complessa e delle relative tecniche dimostrative. |
| DD2 Conoscenza e capacità di comprensione applicate | Capacità di risolvere problemi utilizzando le conoscenze teoriche acquisite e individuando ragionamenti adeguati. |
| DD3-5 Competenze trasversali | *DD3 Autonomia di giudizio*: capacità di valutare la coerenza del ragionamento logico utilizzato in una dimostrazione; capacità di individuare i giusti strumenti matematici e le giuste tecniche per affrontare problemi complessi. |
| | *DD4 Abilità comunicative*: padronanza del linguaggio e del formalismo matematico necessari per esporre le conoscenze acquisite e per descrivere, analizzare e risolvere problemi. |
| | *DD5 Capacità di apprendere*: capacità di approfondire autonomamente gli argomenti trattati, consultando e comprendendo testi pertinenti. |

| **Metodi didattici** | |
|---|---|
| | Lezioni ed esercitazioni si svolgono in aula mediante condivisione di *slides* in parte preparate in precedenza e in parte realizzate durante la lezione o esercitazione. Dopo ciascuna lezione o esercitazione le *slides* sono messe a disposizione sulla pagina web dedicata all'insegnamento (https://elearning-mat.hosting.uniba.it). |

| **Valutazione** | |
|---|---|
| Modalità di verifica dell'apprendimento | Esame orale che consiste nella discussione di definizioni, risultati teorici (con dimostrazione), esempi, controesempi e nella risoluzione di semplici quesiti. |
| Criteri di valutazione | *Conoscenza e capacità di comprensione*: lo/la studente/studentessa deve essere in grado di esporre definizioni e di enunciare e dimostrare risultati teorici, fornendo anche esempi e controesempi.<br><br>*Conoscenza e capacità di comprensione applicate*: lo/la studente/ studentessa deve essere in grado di risolvere in autonomia semplici quesiti pratici e teorici.<br><br>*Autonomia di giudizio*: lo/la studente/studentessa deve saper individuare gli strumenti teorici e pratici più idonei alla risoluzione dei quesiti proposti.<br><br>*Abilità comunicative*: lo/la studente/studentessa deve esporre risultati teorici e soluzioni dei quesiti proposti in modo chiaro e completo, utilizzando con precisione linguaggio e formalismo matematico. |

| | |
|---|---|
| | *Capacità di apprendere*: lo/la studente/studentessa deve possedere il vocabolario specifico dell'insegnamento e saper identificare il contesto di ogni concetto. |
| Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale | Il voto finale è attribuito in trentesimi; l'esame si intende superato quando il voto è maggiore o uguale a 18.<br>La sufficienza si intende raggiunta quando lo/la studente/studentessa è in grado di esporre chiaramente definizioni, enunciati e dimostrazioni sui principali temi trattati nel corso, mostrando di aver compreso gli argomenti esposti e rispondendo correttamente ed esaurientemente alle domande di chiarimento poste durante l'esposizione. Una valutazione più elevata viene raggiunta in presenza dei seguenti elementi: capacità di esporre in modo chiaro e completo, con relative dimostrazioni, su tutti gli argomenti trattati nel programma; capacità di esporre lo svolgimento dei quesiti proposti durante il corso; capacità di individuare soluzioni a quesiti originali proposti durante la prova, applicando strumenti e tecniche acquisiti durante il corso. |

| **Ulteriori informazioni** | |
|---|---|
| | |