

Laurea Triennale in Informatica

Corso di Analisi Matematica (A) – anno accademico 2015/2016

Prof.ssa Monica Lazzo

Programma del corso

La retta reale e il piano cartesiano

Campi ordinati. Assioma di Dedekind. L'insieme dei numeri reali \mathbb{R} ; gli insiemi \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} . Rappresentazione geometrica. Retta reale e retta reale ampliata. Intervalli. Valore assoluto. Insiemi limitati e insiemi illimitati. Minimo e massimo. Estremo inferiore ed estremo superiore. Esistenza dell'estremo superiore di un insieme limitato*. Proprietà archimedea di \mathbb{R} . Proprietà di densità di \mathbb{Q} in \mathbb{R} . Allineamenti decimali. Ordinamento lessicografico.

Cenni di geometria analitica: piano cartesiano; assi coordinati; rette e strisce parallele agli assi; semipiani; quadranti; distanza tra due punti; circonferenze.

Funzioni reali di variabile reale

Dominio, immagine, controimmagine. Grafico di una funzione. Test delle rette verticali. Proprietà generali delle funzioni: simmetria, periodicità, monotonia, convessità, limitatezza. Estremi globali ed estremi locali. Operazioni con le funzioni. Composizione di funzioni. Simmetria e monotonia di funzioni ottenute a partire da funzioni simmetriche e monotone. Funzioni invertibili. Test delle rette orizzontali.

Funzioni affini. Funzione opposto; funzione reciproco. Funzione valore assoluto; funzione segno. Funzione parte intera; funzione mantissa. Funzione potenza a esponente naturale; funzioni polinomiali; funzioni razionali. Funzione radice; funzione potenza a esponente razionale; funzione potenza a esponente reale; Funzione esponenziale; funzione logaritmo. Funzione seno; funzione coseno; funzione tangente; funzione arcoseno; funzione arcocoseno; funzione arctangente. Funzione gaussiana. Funzione seno iperbolico e funzione coseno iperbolico.

Trasformazioni di grafici: traslazioni, dilatazioni e compressioni, riflessioni, composizione con il valore assoluto, passaggio al reciproco, passaggio all'inversa funzionale.

Limiti

Successioni e approssimazioni. Successioni definite per ricorrenza. Successioni limitate. Successioni monotone. Proprietà vere definitivamente. Successioni infinitesime. Successioni convergenti. Successioni divergenti. Successioni regolari. Limite di una successione. Unicità del limite. Regolarità delle successioni monotone*. Permanenza del segno. Limiti e inversi. Limiti e operazioni algebriche. Progressione geometrica.

Successioni test. Punti di accumulazione. Limiti di funzioni (bilaterali e unilaterali). Intorni; proprietà vere vicino a un punto. Passaggio dal discreto al continuo. Teoremi di convergenza obbligata*. Teorema di divergenza obbligata.

Funzioni asintoticamente equivalenti. Proprietà della equivalenza asintotica. Parte principale; ordine di infinito e ordine di infinitesimo. Confronto tra infiniti e tra infinitesimi. Gerarchia degli infiniti. Termini trascurabili.

Limiti agli estremi del dominio delle funzioni elementari. Asintoti verticali, orizzontali, obliqui; classificazione dell'andamento all'infinito.

Continuità

Continuità in un punto e in un insieme. Classificazione dei punti di discontinuità. Prolungamento per continuità. Continuità e operazioni algebriche. Cambiamento di variabile nei limiti. Continuità della funzione composta. Continuità della funzione inversa. Continuità delle funzioni elementari. Teorema di Weierstrass. Teorema degli zeri*. Teorema dei valori intermedi. Immagine di una funzione continua in un intervallo.

Calcolo differenziale

Rapporto incrementale. Derivata. Funzioni derivabili. Continuità delle funzioni derivabili. Retta tangente. Significato geometrico della derivata. Classificazione dei punti di non derivabilità. Derivabilità e operazioni algebriche. Derivata della funzione composta. Derivata della funzione inversa. Derivate delle funzioni elementari. Derivata seconda e derivate successive.

Teorema di Lagrange e sue conseguenze: criterio di monotonia, metodo alternativo per il calcolo della derivata in un punto, regola di de l'Hôpital. Ricerca di estremi globali e locali. Teorema di Fermat*. Test della derivata prima. Criterio di convessità*.

Studio del grafico di una funzione. Risoluzione grafica e approssimata di equazioni algebriche e trascendenti.

Calcolo integrale

Primitive di una funzione. Caratterizzazione delle primitive in un intervallo. Integrale indefinito. Integrali indefiniti immediati. Integrazione per scomposizione, per sostituzione, per parti; integrazione di alcune funzioni razionali.

Partizioni di un intervallo. Somme di Riemann di una funzione limitata. Funzioni integrabili secondo Riemann. Integrale di Riemann. Classi di funzioni integrabili. Integrali e aree. Teorema della media integrale*. Proprietà di monotonia, linearità, additività. Integrale definito. Funzione integrale. Teorema e formula fondamentale del calcolo integrale*. Integrali impropri. Criteri di integrabilità.

Serie numeriche e serie di potenze

Somme parziali. Serie convergenti, divergenti, indeterminate. Condizione necessaria per la convergenza. Serie telescopiche. Serie geometrica. Serie armonica generalizzata. Operazioni con le serie. Stima del resto e calcolo approssimato della somma di una serie. Serie a termini positivi. Criterio del confronto, del confronto asintotico, dell'integrale. Serie a termini di segno alterno. Criterio di Leibniz. Serie armonica alternata. Convergenza assoluta. Serie condizionalmente convergenti. Criterio della radice*. Criterio del rapporto*.

Serie di potenze. Raggio di convergenza. Integrazione e derivazione termine a termine. Funzioni generatrici di ricorrenze lineari.

Polinomi e serie di Taylor

Polinomio di Taylor. Polinomi di Taylor di alcune funzioni elementari. Formula di Taylor con il resto di Peano e con il resto di Lagrange. Applicazioni delle formule di Taylor: risoluzione di forme di indecisione, approssimazione locale di funzioni.

Serie di Taylor. Sviluppabilità in serie di alcune funzioni elementari. Applicazioni degli sviluppi in serie di Taylor: approssimazione locale di funzioni, integrazione approssimata.

Gli argomenti sono raggruppati per attinenza. L'ordine in cui essi sono elencati non coincide necessariamente con l'ordine in cui sono stati trattati durante il corso.

*La dimostrazione dei risultati contrassegnati con * è parte integrante del programma.*

Materiale didattico

I "lucidi" proiettati in aula durante le lezioni sono disponibili alla voce "diario delle lezioni" all'indirizzo <http://www.dm.uniba.it/Members/lazzo/analisi-matematica-INF> .

Testi consigliati

- M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa, Analisi matematica 1, Zanichelli
F. Conti, Calcolo - teoria e applicazioni, McGraw-Hill
M. Conti, D.L. Ferrario, S. Terracini, G. Verzini, Analisi matematica Volume 1, Apogeo
E. Giusti, Analisi Matematica 1, Boringhieri
S. Salsa, A. Squellati, Esercizi di analisi matematica 1, Zanichelli

Modalità di svolgimento dell'esame

Struttura, durata e valutazione

L'esame consiste in una prova orale che verte sul programma svolto nell'anno accademico di riferimento.

La prova è composta da tre parti:

- A. presentazione di un teorema con relativa dimostrazione;
- B. presentazione di un teorema o di una definizione, con esempi illustrativi;
- C. risoluzione di un esercizio.

Nell'ambito delle presentazioni delle parti A e B può essere richiesto di definire esplicitamente i termini che compaiono negli enunciati; giustificare i passaggi compiuti nelle dimostrazioni, citando esplicitamente i risultati applicati; giustificare le affermazioni relative agli esempi. Nell'ambito della risoluzione dell'esercizio della parte C può essere richiesto di esplicitare i passaggi intermedi e giustificare i risultati ottenuti.

Ciascuna parte ha la durata massima di 15 minuti.

A ciascuna parte è attribuito un punteggio compreso tra 0 e 10; la somma dei tre punteggi determina il voto finale. La prova si ritiene superata se il voto finale è non inferiore a 18 punti; in caso contrario, la prova deve essere interamente ripetuta in un appello successivo.

Selezione degli argomenti

Il teorema da presentare nella parte A viene sorteggiato tra quelli contrassegnati con * nel programma. L'argomento da presentare nella parte B viene selezionato tra tutti i teoremi e le definizioni in programma, a eccezione di quelli dell'argomento di pertinenza del teorema presentato nella parte A. L'esercizio da risolvere nella parte C riguarda un argomento non discusso nelle parti A e B.

Informazioni pratiche

È necessario iscriversi all'esame attraverso il portale Esse3. Le iscrizioni si chiudono cinque giorni prima della data di inizio dell'appello.

L'appello si articola su più turni. L'inizio dell'appello coincide in genere con il primo turno. Il calendario dei turni successivi viene reso noto il giorno successivo alla chiusura delle iscrizioni. Gli studenti vengono assegnati ai turni in base all'ordine cronologico di iscrizione all'esame.

Per sostenere l'esame è necessario esibire un documento di identità.