

CORSO DI STUDIO	LAUREA IN MATEMATICA (L-35)
ANNO ACCADEMICO	2023-2024
INSEGNAMENTO	CALCOLO NUMERICO 2

Principali informazioni sull'insegnamento	
Anno di corso	Terzo
Periodo di erogazione	Secondo semestre (26 febbraio 2024 – 31 maggio 2024)
Crediti formativi universitari (CFU)	7
Settore scientifico disciplinare (SSD)	MAT/08 – Analisi Numerica
Lingua di erogazione	Italiano
Modalità di frequenza	Facoltativa

Docenti		
Nome e cognome	Felice Iavernaro (titolare)	Giuseppe Vacca
Indirizzo mail	felice.iavernaro@uniba.it	giuseppe.vacca@uniba.it
Telefono	+39 080 544 2703	+39 080 544 2645
Sede	Dipartimento di Matematica stanza 2 quarto piano	Dipartimento di Matematica stanza 12 secondo piano
Sede virtuale		
Pagina web	https://www.dm.uniba.it/it/members/iavernaro	https://www.dm.uniba.it/it/members/vacca
Ricevimento		

Organizzazione della didattica				
	Totali	Didattica frontale	Pratica (esercitazioni/laboratorio)	Studio individuale
Ore	175	40	30	105
CFU	7	5	2	

Obiettivi formativi	
	Acquisizione della conoscenza di metodi numerici e tecniche di programmazione nell'ambito dell'interpolazione, dell'approssimazione di dati, della quadratura numerica e della risoluzione di equazioni differenziali ordinarie.

Prerequisiti	
	Le conoscenze che vengono acquisite nell'insegnamento di "Calcolo Numerico 1", programmazione in ambiente Matlab, analisi matematica classica in una e più variabili, algebra lineare.

Syllabus	
Contenuti dell'insegnamento (Programma)	1. INTERPOLAZIONE Il problema dell'interpolazione polinomiale: teorema di esistenza ed unicità. Metodo dei coefficienti indeterminati: costo di calcolo e problemi di stabilità. La formula di Lagrange e formulazioni baricentriche. Resto del polinomio di interpolazione. Aspetti di convergenza. Aspetti di stabilità: funzione e costante di Lebesgue. Formula di interpolazione di Newton alle differenze divise: base di Newton e differenze divise. Formula di Newton-Gregory alle differenze in avanti. Fenomeno di Runge. Nodi di Chebychev e



loro ottimalità. Nodi di Chebychev-Lobatto e formula baricentrica. Aspetti di convergenza per funzioni differenziabili e funzioni analitiche. Interpolazione di Hermite: generalizzazione delle formule di Lagrange e di Newton, teorema del resto ed aspetti computazionali. Funzioni spline lineari: costruzione della base, stabilità, resto ed aspetti di convergenza. Spline cubiche interpolanti: condizioni aggiuntive, costruzione e implementazione; cenni sulla convergenza e proprietà di minima curvatura. Polinomi generalizzati e Condizione di Haar. Interpolazione trigonometrica: algoritmi DFT e IDFT, costo di calcolo ed implementazione; applicazioni all'elaborazione dei segnali.

2. APPROSSIMAZIONE

Sistemi lineari sovradimensionati. Approssimazione nel senso dei minimi quadrati. Definizione del problema e teorema di esistenza e unicità. Il polinomio di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati. Retta di regressione lineare. Indice di determinazione. Fattorizzazione QR di matrici rettangolari mediante le matrici elementari di Householder. Uso della fattorizzazione QR per la risoluzione del problema dei minimi quadrati. Decomposizione ai valori singolari. Teorema di esistenza, e proprietà fondamentali. Risoluzione del problema dei minimi quadrati mediante SVD. Pseudoinversa e sue proprietà. Studio del condizionamento del problema dei minimi quadrati. Bidiagonalizzazione di una matrice mediante le matrici elementari di Householder. Algoritmo per il calcolo della SVD mediante rotazioni di Givens. Alcune applicazioni della SVD: calcolo del rango e della norma 2 di una matrice; migliore approssimazione di rango basso di una matrice; regolarizzazione di un sistema mal condizionato; compressione di un'immagine digitale; analisi della semantica latente; analisi delle componenti principali. Approssimazione ai minimi quadrati in $L_2([a,b])$: definizione del problema, uso di una base ortogonale. Disuguaglianza di Bessel e identità di Parseval. Stima dell'errore e aspetti implementativi. Polinomi ortogonali: procedimento di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt, relazione di ricorrenza a tre termini. Proprietà degli zeri. Formula di Rodrigues e studio della famiglia dei polinomi di Legendre, di Chebyshev di prima e seconda specie, dei polinomi di Laguerre e di Hermite. Serie di Fourier troncata. Approssimazione razionale di Padé.

3. QUADRATURA NUMERICA

Formule di quadratura interpolatorie, grado di precisione e analisi dell'errore. Formule del rettangolo, del trapezio, di Simpson: definizione e analisi dell'errore. Formule di Newton-Cotes. Studio del condizionamento del problema e della stabilità di una formula di quadratura interpolatoria. Formule composte del trapezio e di Simpson, stima dell'errore. Controllo automatico del passo mediante le formule del trapezio e di Simpson. Formule di ordine elevato, positività dei pesi e studio della convergenza. Formule di Gauss-Legendre, di Radau e di Lobatto. Cenni sulle tecniche adattive.

4. METODI NUMERICI PER PROBLEMI A VALORI INIZIALI

Metodi one-step, definizione, consistenza, convergenza. Metodi di Eulero esplicito e implicito, del midpoint implicito e del trapezio. Metodi di collocazione: definizione e relazione con i metodi Runge-Kutta. Studio

	<p>dell'esistenza e unicità del polinomio di collocazione, studio dell'ordine. Metodi di Gauss, di Radau e di Lobatto.</p> <p>5. AMBIENTE PER IL CALCOLO SCIENTIFICO L'ambiente di lavoro utilizzato per lo sviluppo degli algoritmi relativi ai metodi studiati è il Matlab. In particolare, sono analizzate le funzioni predefinite e l'implementazione di alcuni metodi per la risoluzione dei problemi studiati durante il corso. Particolare enfasi è data allo studio del comportamento delle soluzioni in aritmetica di macchina.</p>
Testi di riferimento	<ul style="list-style-type: none"> • L.N. Trefethen, Approximation Theory and Approximation Practice SIAM, 2013. • G.H. Golub, C.F. Van Loan, Matrix computations. Fourth edition. Johns Hopkins Studies in the Mathematical Sciences. Johns Hopkins University Press, Baltimore, MD, 2013. • R. Bevilacqua, D. Bini, M. Capovani, O. Menchi, Metodi Numerici, Zanichelli, Bologna, 1992. • E. Hairer, S.P. Nørsett, G. Wanner, Solving Ordinary Differential Equations I. Nonstiff Problems. Springer Series in Comput. Mathematics, Vol. 8, Springer-Verlag 1987, Second revised edition 1993. • D. Bini, M. Capovani, O. Menchi, Metodi numerici per l'algebra lineare, Zanichelli. • K.E. Atkinson, An introduction to numerical analysis, Wiley, 1989 • D.M. Young, R.T. Gregory, A survey of numerical mathematics, Vol. I, Dover, 1988
Note ai testi di riferimento	
Materiali didattici	Dispense, appunti e programmi verranno pubblicati all'interno di una piattaforma per l'e-learning. Istruzioni per l'accesso verranno riferite durante i primi incontri con gli studenti.

Risultati di apprendimento previsti (secondo i Descrittori di Dublino)	
DD1 Conoscenza e capacità di comprensione	<ul style="list-style-type: none"> • Conoscere i metodi numerici finalizzati alla risoluzione di problemi nell'ambito delle discipline matematiche ed affini, con particolare enfasi ai problemi fondamentali nell'ambito del data-fitting, della quadratura numerica e della risoluzione numerica di problemi ai valori iniziali. • Comprendere e saper illustrare le problematiche relative all'uso del calcolatore per la risoluzione dei problemi matematici sopra descritti.
DD2 Conoscenza e capacità di comprensione applicate	<ul style="list-style-type: none"> • Capacità di risolvere problemi matematici mediante algoritmi ottimizzati dal punto di vista del costo computazionale e della stabilità. • Sviluppo delle capacità di programmare, documentare e testare algoritmi numerici, interpretandone correttamente i risultati.
DD3-5 Competenze trasversali	<i>DD3 Autonomia di giudizio:</i> Saper individuare il metodo numerico più idoneo per risolvere numericamente un problema matematico tra quelli trattati nel corso.
	<i>DD4 Abilità comunicative:</i> Saper definire in modo rigoroso i problemi matematici trattati nel corso e saper esporre i relativi metodi numerici, delineandone le proprietà fondamentali.

DD5 Capacità di apprendere: Capacità di studiare e risolvere numericamente problemi simili ma non necessariamente uguali a quelli affrontati durante le lezioni.

Metodi didattici	
	Lezioni e esercitazioni in aula. Esercitazioni in Centro di Calcolo.

Valutazione	
Modalità di verifica dell'apprendimento	L'esame consiste in una prova orale in cui verranno anche discussi i programmi, in ambiente Matlab, relativi agli algoritmi trattati durante il corso. Per sostenere la prova lo studente dovrà consegnare al docente un elaborato (in formato pdf) in cui presenta le esperienze numeriche ed i risultati ottenuti.
Criteri di valutazione	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Conoscenza e capacità di comprensione:</i> Individuazione delle proprietà fondamentali dei metodi, con particolare riferimento alle ipotesi di applicabilità e all'efficienza computazionale. Capacità di confronto tra metodi che risolvono il medesimo problema. • <i>Conoscenza e capacità di comprensione applicate:</i> Discussione dei codici e degli esempi eseguiti; corretta interpretazione dei risultati ottenuti. • <i>Autonomia di giudizio:</i> Raccolta e elaborazione dei dati, e interpretazione dei risultati ottenuti. • <i>Abilità comunicative:</i> Chiarezza, in termini anche di formalismo, nella descrizione e nella codifica dei metodi numerici studiati e capacità di presentare in modo efficace le prove numeriche effettuate. • <i>Capacità di apprendere:</i> Implementazione numerica e discussione di problemi applicativi più elaborati rispetto a quelli presentati durante le lezioni.
Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	Il voto, espresso in trentesimi, tiene conto, in ugual misura, sia della discussione teorica dei metodi studiati, che della loro corretta implementazione al calcolatore. Si considera, altresì, la qualità degli esempi prodotti e la capacità di illustrazione degli stessi. La valutazione è basata sul raggiungimento degli obiettivi di apprendimento previsti. Per una valutazione elevata, sono richieste una approfondita conoscenza degli argomenti, nonché una adeguata capacità di argomentazione ed esposizione.

Ulteriori informazioni	