CORSO DI STUDIO	**LAUREA MAGISTRALE IN MATEMATICA (LM-40)**
ANNO ACCADEMICO	**2023-2024**
INSEGNAMENTO	**GEOMETRIA SUPERIORE 1**

Principali informazioni sull'insegnamento	
Anno di corso	Secondo
Periodo di erogazione	Primo semestre (25 settembre 2023 – 22 dicembre 2023)
Crediti formativi universitari (CFU)	7
Settore scientifico disciplinare (SSD)	MAT/03 – Geometria
Lingua di erogazione	Italiano
Modalità di frequenza	Facoltativa

Docenti	
Nome e cognome	Maria Falcitelli
Indirizzo mail	maria.falcitelli@uniba.it
Telefono	+39 080 544 2844
Sede	Dipartimento di Matematica, stanza 9 terzo piano
Sede virtuale	
Pagina web	https://www.dm.uniba.it/it/members/falcitelli
Ricevimento	Previo appuntamento, da concordare per e-mail.

Organizzazione della didattica				
	Totali	Didattica frontale	Pratica	Studio individuale
Ore	175	56		119
CFU	7	7		

Obiettivi formativi	
	Acquisizione di concetti e metodiche basilari nell'ambito della Geometria Differenziale, in particolare della Geometria Riemanniana.

Prerequisiti	
	Sono le conoscenze acquisite per il conseguimento della laurea triennale in matematica. In particolare: algebra lineare, calcolo tensoriale, topologia generale, analisi matematica classica, geometria proiettiva, primi elementi di geometria differenziale.

Syllabus	
Contenuti dell'insegnamento (Programma)	Esempi di varietà differenziabili. Lo spazio euclideo R^n. La sfera $S^n(r)$. Lo spazio proiettivo $P_n(R)$. Lo spazio iperbolico H_n^r . L'applicazione antipodale. Derivazioni dell'algebra tensoriale Definizione di derivazione dell'algebra tensoriale e proprietà di localizzabilità. Azione di una derivazione sulle 1-forme e sui campi tensoriali. Derivazione determinata da un campo tensoriale di specie (1,1). Derivata di Lie rispetto a un campo vettoriale. Teorema di rappresentazione di una derivazione. Connessioni lineari.

	Definizione di connessione lineare su una varietà differenziabile M. Derivata covariante di un campo tensoriale rispetto a una connessione. Connessione indotta su un aperto da una connessione su M. Proprietà di localizzabilità delle connessioni. La connessione canonica su R^n. Legame tra due connessioni su M. Derivata covariante di un campo vettoriale lungo una curva, rispetto a una connessione. Campi vettoriali paralleli e relative equazioni. Geodetiche rispetto a una connessione: definizione ed equazioni. Geodetiche massimali. Geodetiche rispetto alla connessione canonica su R^n. Costruzione di una famiglia di connessioni avente le stesse geodetiche di una connessione assegnata. Trasporto parallelo lungo una curva, rispetto a una connessione. Esistenza e unicità della geodetica di condizioni iniziali assegnate. Campo tensoriale di torsione di una connessione. Connessioni simmetriche. Campo tensoriale di curvatura di una connessione. Connessioni piatte. Identità del Bianchi. Varietà Riemanniane. Definizioni di metrica Riemanniana su una varietà e di varietà Riemanniana. La metrica indotta su una sottovarietà di una varietà Riemanniana. Esempi: la metrica canonica su R^n e la metrica indotta su $S^n(r)$. Struttura Riemanniana sullo spazio iperbolico H_n^r. Isomorfismi musicali. Prodotto scalare tra tensori di specie (r,s). Gradiente di una funzione. Traccia di un campo tensoriale di specie (1,1). La connessione di Levi-Civita e i simboli di Christoffel. Calcolo dei simboli di Christoffel su R^n, $S^n(r)$, H_n^r. Trasporto parallelo su una varietà Riemanniana, come isometria. Isometrie tra varietà Riemanniane. Trasporto parallelo tra varietà isometriche. La distanza indotta da una metrica Riemanniana. Varietà complete e geodeticamente complete. Esempi. Metriche Riemanniane conformi e omotetiche, relazioni tra le corrispondenti connessioni di Levi-Civita. Curvatura Riemanniana. Campo tensoriale di curvatura Riemanniana e relative proprietà. Curvature sezionali. Varietà con curvatura sezionale puntualmente costante: definizione e caratterizzazione. Elicoide, come esempio di varietà a curvatura non costante. Lemma di Schür. Definizione ed esempi di space-forms. Classificazione degli space-forms. La sfera $S^n(1)$ come rivestimento Riemanniano di $P_n(R)$. Classificazione delle varietà di dimensione pari con curvatura costante e positiva. Campo tensoriale di Ricci e curvatura scalare. Varietà Riemanniane di Einstein: definizione ed esempi. Varietà di Einstein di dimensione tre. Curvatura scalare di una varietà di Einstein. Sottovarietà di una varietà Riemanniana. Definizione di sottovarietà di una varietà Riemanniana. Campi vettoriali tangenti. Il fibrato normale e le sue sezioni. Esempio: il campo vettoriale normale alla sfera $S^n(r)$. Estensioni di un campo vettoriale e di una funzione differenziabile. Equazione di Gauss. Seconda forma fondamentale. Equazione di Weingarten. La connessione normale. Operatori di Weingarten e legame con la seconda forma fondamentale. Campo vettoriale di curvatura media. Sottovarietà totalmente geodetiche, totalmente ombelicali e minimali. Caratterizzazione delle sottovarietà totalmente geodetiche. Ogni sottovarietà totalmente ombelicale e minimale è totalmente geodetica. Curvature principali in un punto. Equazioni di Gauss e di Weingarten per ipersuperfici di R^{n+1}. Equazioni di Gauss, Codazzi e Ricci per la curvatura. Alcune proprietà delle sottovarietà di uno spazio a curvatura costante deducibili dalle suddette equazioni. Il teorema egregium. Esempi di sottovarietà totalmente geodetiche, totalmente ombelicali, minimali. La superficie di Nepero.

Testi di riferimento	M. Abate, F. Tovena: Geometria Differenziale, Springer. T. Aubin: A course in Differential Geometry, American Math. Soc. B. Y. Chen: Geometry of submanifolds, Marcel Dekker W. Klingenberg: Riemannian Geometry, Walter de Gruyter S. Kobayashi, K. Nomizu: Foundations of Differential Geometry, I, II, Interscience Publishers G. Walschap: Metric structures in Differential Geometry, Springer.
Note ai testi di riferimento	
Materiali didattici	

Risultati di apprendimento previsti (secondo i Descrittori di Dublino)	
DD1 Conoscenza e capacità di comprensione	Acquisizione dei concetti fondamentali della Geometria Riemanniana, nonché di metodi di dimostrazione propri della disciplina.
DD2 Conoscenza e capacità di comprensione applicate	Capacità di applicare i risultati alla soluzione di nuovi problemi.
DD3-5 Competenze trasversali	*DD3 Autonomia di giudizio*: Capacità di individuare gli adeguati metodi e le corrette tecniche utili allo studio di nuovi sviluppi, anche nell'ambito di altre discipline affini.
	DD4 Abilità comunicative: Capacità di esporre correttamente i contenuti dell'insegnamento.
	DD5 Capacità di apprendere: Abilità a collegare gli argomenti dell'insegnamento a concetti introdotti in altre discipline, nonché a risolvere nuovi problemi.

Metodi didattici	
	Didattica frontale

Valutazione	
Modalità di verifica dell'apprendimento	Esame orale
Criteri di valutazione	• *Conoscenza e capacità di comprensione:* Conoscenza degli argomenti del programma. • *Conoscenza e capacità di comprensione applicate:* Capacità di applicare i risultati principali alla costruzione di esempi adeguati e alla soluzione di esercizi • *Autonomia di giudizio*: Capacità di collegare alcune tematiche affrontate nel corso ad argomenti ad esse connesse svolti in altri insegnamenti. • Abilità comunicative: Capacità di esporre gli argomenti del programma in modo corretto e sintetico. • Capacità di apprendere: Abilità nel consultare testi e articoli inerenti alla disciplina.
Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	L'esame è superato se il voto, espresso in trentesimi, è maggiore o uguale a 18.

Ulteriori informazioni	