

CORSO DI STUDIO **LAUREA IN MATEMATICA (L-35)**
ANNO ACCADEMICO **2023-2024**
INSEGNAMENTO **GEOMETRIA 1**

Principali informazioni sull'insegnamento	
Anno di corso	Primo
Periodo di erogazione	Primo semestre (2 ottobre 2023 – 15 gennaio 2024)
Crediti formativi universitari (CFU)	8
Settore scientifico disciplinare (SSD)	MAT/03 – Geometria
Lingua di erogazione	Italiano
Modalità di frequenza	Facoltativa

Docenti		
Nome e cognome	Maria Falcitelli (titolare)	Amedeo Altavilla
Indirizzo mail	maria.falcitelli@uniba.it	amedeo.altavilla@uniba.it
Telefono	+39 080 544 2844	+39 080 544 2663
Sede	Dipartimento di Matematica stanza 9 terzo piano	Dipartimento di Matematica stanza 14 secondo piano
Sede virtuale		
Pagina web	https://www.dm.uniba.it/it/members/falcitelli	https://www.dm.uniba.it/it/members/altavilla
Ricevimento	Previo appuntamento, da concordare per e-mail.	Previo appuntamento, da concordare per e-mail.

Organizzazione della didattica				
	Totali	Didattica frontale	Pratica (esercitazioni/tutorato)	Studio individuale
Ore	200	40	30+25	105
CFU	8	5	2+1	

Obiettivi formativi	
	Acquisizione delle nozioni di base dell'algebra lineare che saranno utilizzate in numerosi insegnamenti del corso di laurea.

Prerequisiti	
	Nozioni di base di Matematica previste nei programmi di insegnamento della scuola secondaria

Syllabus	
Contenuti dell'insegnamento (Programma)	Strutture algebriche. Operazione binaria su un insieme: definizione ed esempi. Proprietà commutativa, associativa. Elemento neutro. Simmetrico di un elemento. Sottoinsiemi chiusi. Gruppo: definizione ed esempi. Potenze di un elemento di un gruppo. Sottogruppi: definizione, caratterizzazione ed esempi. Omomorfismi, monomorfismi, epimorfismi, isomorfismi. Nucleo e immagine di un omomorfismo. Caratterizzazione dei monomorfismi. Anelli: definizione ed esempi. Il gruppo degli elementi unitari di un anello unitario. Domini di integrità. Campi. Omomorfismi di anelli. Il campo dei numeri complessi, l'operazione di coniugio, il modulo di un numero complesso e



relative proprietà. L'anello dei polinomi a coefficienti nel campo dei numeri complessi: definizione e proprietà. Polinomi irriducibili, radici di un polinomio e molteplicità.

Matrici e sistemi di equazioni lineari.

Definizioni di matrice, matrice quadrata, trasposta di una matrice. Matrici simmetriche, antisimmetriche, diagonali. Traccia di una matrice. Operazioni tra matrici. Matrici invertibili. Determinante: definizione e proprietà.

Complementi

algebrici e matrice aggiunta. Inversa di una matrice. Rango: definizione e proprietà. Sistemi lineari compatibili, incompatibili, omogenei. Risolubilità di sistemi lineari. Struttura algebrica sull'insieme delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo. Teorema di Rouché-Capelli e di Cramer. Metodi di soluzione di un sistema.

Spazi vettoriali.

Definizione di spazio vettoriale su un campo K . Esempi: K^n , $P_n(x;K)$, lo spazio delle applicazioni da un insieme su uno spazio vettoriale, $M_{n,m}(K)$.

Sottospazi vettoriali: definizione e caratterizzazioni. Esempi: sottospazi intersezione, somma e somma diretta di due sottospazi. Sottospazi supplementari. Combinazioni lineari di n vettori e sottospazio generato da n vettori. Insiemi di generatori. Spazi vettoriali finitamente generati. Vettori linearmente indipendenti, dipendenti. Caratterizzazione dei vettori linearmente dipendenti. Basi: definizione e caratterizzazioni. Teorema di esistenza di basi di uno spazio vettoriale finitamente generato. La dimensione di uno spazio vettoriale finitamente generato: definizione e proprietà. Teorema di completamento a una base. La dimensione di un sottospazio. Formula di Grassmann. Teorema di esistenza di supplementari di un sottospazio. Cambiamento di base.

Applicazioni lineari.

Definizione di applicazione lineare. Nucleo e immagine. L'applicazione lineare associata a una matrice. Estensione per linearità. Proprietà delle applicazioni lineari. Monomorfismi, epimorfismi, isomorfismi.

Caratterizzazione dei monomorfismi. Teorema della dimensione e conseguenze. Caratterizzazione degli isomorfismi. La matrice associata a un'applicazione lineare rispetto a due basi. Isomorfismo tra gli spazi vettoriali $\text{Hom}(K(V,W))$ e $M_{n,m}(K)$. Spazio vettoriale duale, base duale.

Endomorfismi.

Definizione di endomorfismo. Legame tra le matrici di un endomorfismo rispetto a due basi. Matrici simili: definizione e proprietà. Endomorfismi, matrici diagonalizzabili. Autovalori e autovettori. L'autospazio relativo a un autovalore. Endomorfismi che ammettono un solo autovalore.

Automorfismi: definizione e caratterizzazione. Polinomio caratteristico. Matrici simili e polinomio caratteristico. Autovalori, intesi come radici dell'equazione caratteristica. Criteri di diagonalizzabilità. Metodi per la determinazione degli autovettori. Molteplicità algebrica, geometrica di un autovalore.

Forme bilineari.

Forme bilineari su uno spazio vettoriale: definizione e legame con le applicazioni lineari. La matrice di una forma bilineare e la forma bilineare associata a una matrice, rispetto a una base. Forme bilineari simmetriche, antisimmetriche. Matrici congruenti. Proprietà delle matrici di una forma bilineare rispetto a due basi. Rango di una forma bilineare. Vettori ortogonali, il complemento ortogonale di un insieme rispetto a una forma bilineare simmetrica. Vettori isotropi. Coefficiente di Fourier di un vettore

	non isotropo e rappresentazione di uno spazio vettoriale mediante un vettore non isotropo. La forma quadratica associata a una forma bilineare simmetrica. La forma bilineare polare di una forma quadratica. Basi diagonalizzanti per una forma bilineare simmetrica e teorema di esistenza. Diagonalizzabilità di una matrice simmetrica. Rappresentazione di una forma bilineare simmetrica su uno spazio vettoriale complesso. Teorema di Sylvester. La segnatura e la forma canonica di una forma bilineare simmetrica su uno spazio vettoriale reale.
Testi di riferimento	E. Sernesi, Geometria 1, Boringhieri. A. Facchini, Algebra e Matematica discreta, Zanichelli. E. Abbena, A. M. Fino, G. M. Gianella, Algebra lineare e Geometria analitica, Vol. I, II, Aracne. E. Schlesinger, Algebra lineare e geometria, II ed., Zanichelli L. Mauri, E. Schlesinger, Esercizi di algebra lineare e geometria, Zanichelli
Note ai testi di riferimento	
Materiali didattici	

Risultati di apprendimento previsti (secondo i Descrittori di Dublino)	
DD1 Conoscenza e capacità di comprensione	Acquisizione dei concetti fondamentali dell'algebra lineare: matrici, sistemi di equazioni lineari, spazi vettoriali, applicazioni lineari, autovalori, forme bilineari
DD2 Conoscenza e capacità di comprensione applicate	Metodi di soluzione di sistemi di equazioni lineari, determinazione di autovalori e autovettori, diagonalizzabilità di matrici
DD3-5 Competenze trasversali	<i>DD3 Autonomia di giudizio:</i> Capacità di comprendere e valutare la coerenza sia delle tecniche di dimostrazione che dei metodi di soluzione di esercizi
	<i>DD4 Abilità comunicative:</i> Acquisizione del linguaggio matematico e del formalismo matematico di base.
	<i>DD5 Capacità di apprendere:</i> Acquisizione di un metodo di studio supportato dalla capacità di risolvere problemi inerenti gli argomenti del programma.

Metodi didattici	
	Lezioni ,esercitazioni e tutorato in didattica frontale

Valutazione	
Modalità di verifica dell'apprendimento	Esame consistente in una prova scritta (soluzione di esercizi) e di un colloquio (esposizione di definizioni, enunciati e dimostrazioni)
Criteri di valutazione	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Conoscenza e capacità di comprensione: Conoscenza dei concetti fondamentali oggetto del programma e delle tecniche di dimostrazione</i> • <i>Conoscenza e capacità di comprensione applicate: Capacità di utilizzare correttamente i metodi di soluzione di esercizi</i> • <i>Autonomia di giudizio: Capacità di collegare gli argomenti trattati nel corso</i> • <i>Abilità comunicative: Capacità di esprimere in maniera chiara e coerente gli argomenti del programma</i> • <i>Capacità di apprendere: Capacità di consultare testi e di utilizzare correttamente i metodi di dimostrazione e di soluzione di esercizi</i>



Criteria di misurazione dell'apprendimento e di <u>attribuzione</u> del voto finale	L'esame si intende superato se il voto, espresso in trentesimi, è maggiore o uguale a 18
---	--

Ulteriori informazioni	