

Informazioni generali		Anno accademico 2022-2023
Denominazione dell'insegnamento	Istituzioni di Geometria Superiore 1	
Corso di studio	Matematica (L-35)	
Anno di corso	Terzo	
Periodo di erogazione	Primo semestre (26 settembre 2022 – 22 dicembre 2022)	
Crediti formativi universitari (CFU)	7	
Settore scientifico disciplinare (SSD)	MAT/03 – Geometria	
Lingua di erogazione	Italiano	
Obbligo di frequenza	No	

Docenti	
Nome e cognome	Giulia Dileo
E-mail	giulia.dileo@uniba.it
Telefono	+39 080 544 2654
Sede	Dipartimento di Matematica, stanza 5 secondo piano
Sede virtuale	giulia.dileo@uniba.it
Pagina web	https://www.dm.uniba.it/members/dileo
Orario e modalità di ricevimento	Su appuntamento, da concordare per e-mail; in presenza o in remoto

Syllabus	
Obiettivi formativi	Acquisizione delle nozioni fondamentali della geometria differenziale classica di curve e superfici, e della geometria delle varietà differenziabili.
Prerequisiti	Algebra e algebra lineare di base. Calcolo differenziale. Nozioni topologiche di base.
Contenuti dell'insegnamento	<p>Curve parametrizzate. Curve in \mathbb{R}^n. Parametrizzazioni, supporto, vettore tangente in un punto, lunghezza di una curva. Campi di vettori lungo una curva. Campo vettoriale tangente. Curve regolari. Riferimento di Frenet. Teorema di esistenza e unicità del riferimento canonico di Frenet. Equazioni di Frenet, comportamento rispetto a isometrie e cambiamento di parametro. Funzioni di curvatura. Esistenza di curve in \mathbb{R}^n con assegnate funzioni di curvatura. Curve piane: esempi e proprietà. Caratterizzazioni di segmenti di retta e archi di circonferenza. Curve in \mathbb{R}^3: curvatura, torsione, e caratterizzazione di curve a torsione nulla. Proiezioni di una curva su piani osculatore, normale e rettificante. Esempi.</p> <p>Superfici parametrizzate. Superfici parametrizzate in \mathbb{R}^3. Regolarità e spazio tangente in un punto. Campi di vettori lungo una superficie: campi di vettori tangenti e campi di vettori normali. I forma fondamentale: invarianza per isometrie e cambiamenti di parametri. Operatore di Weingarten. Il forma fondamentale. Curve su una superficie regolare. Linee coordinate. Teorema di Meusnier. Curvatura normale. Curvature principali e direzioni principali di curvatura. Curvatura di Gauss e curvatura media. Punti ellittici, iperbolici, parabolici, planari. Punti ombelicali. Superfici piane e superfici sferiche. Direzioni asintotiche. Linee asintotiche e linee di curvatura principale. Esempi: parametrizzazioni della superficie sferica, toro, superfici di rotazione, elicoide e superfici rigate.</p> <p>Varietà differenziabili. Curve e superfici differenziabili: definizione di atlante, differenziabilità delle funzioni di transizione, esempi. Varietà topologiche: definizione, esempi e prime proprietà. Varietà differenziabili reali: carte locali, funzioni di transizione, atlanti differenziabili, atlante massimale.</p>

	<p>Esempi di varietà differenziabili: curve e superfici differenziabili, varietà di dimensione 0, \mathbb{R}^n, spazio vettoriale reale finitamente generato, sottovarietà aperta di una varietà differenziabile, gruppo lineare generale, grafico di una funzione continua, sfera di dimensione n, spazio proiettivo reale di dimensione n, varietà prodotto di varietà differenziabili, toro n-dimensionale. Funzioni differenziabili su varietà. Applicazioni differenziabili tra varietà. Diffeomorfismi. Esempi. Proprietà topologiche di varietà differenziabili. Paracompattezza. Partizione dell'unità. Teorema di esistenza di partizione dell'unità subordinata a un ricoprimento aperto. Prolungamento di una funzione differenziabile.</p> <p>Vettori tangenti e covettori, campi vettoriali tangenti e 1-forme. Vettore tangente in un punto a una varietà differenziabile. Spazio tangente e base coordinata associata a una carta locale. Spazio tangente come spazio dei vettori tangenti a curve. Spazio cotangente. Differenziale di una funzione differenziabile. Base coordinata dello spazio cotangente associata a una carta locale. Fibrato tangente, fibrato cotangente, e loro sezioni. Campi vettoriali differenziabili: corrispondenza biunivoca tra sezioni differenziabili del fibrato tangente e derivazioni dell'algebra delle funzioni differenziabili. L'algebra di Lie dei campi vettoriali differenziabili. Prolungamento di campi vettoriali e vettori tangenti. 1-forme differenziali: corrispondenza biunivoca tra sezioni differenziabili del fibrato cotangente e applicazioni lineari sul modulo dei campi vettoriali differenziabili. Differenziale di un'applicazione differenziabile tra varietà: definizione e proprietà. Matrice associata al differenziale rispetto a basi coordinate. Immersioni, imbedding e sommersioni: definizioni ed esempi.</p> <p>Campi tensoriali e forme differenziali. Elementi di algebra tensoriale su uno spazio vettoriale reale. Tensori di tipo (r,s) su uno spazio vettoriale. Tensori simmetrici e tensori alternanti. Prodotto wedge. Base e dimensione dello spazio delle r-forme su uno spazio vettoriale. Algebra di Grassmann. Campo tensoriale di tipo (r,s) su una varietà differenziabile. Campi tensoriali differenziabili e loro espressione in una carta locale. Campi tensoriali simmetrici e alternanti. Algebra di Grassmann delle forme differenziali. Varietà orientabili. Differenziale esterno di una forma differenziale.</p>
Testi di riferimento	<ul style="list-style-type: none"> • Wilhelm Klingenberg, <i>A course in differential geometry</i>. Graduate Texts in Mathematics, 51. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1978. • Manfredo P. do Carmo, <i>Differential geometry of curves and surfaces</i>. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1976. • John M. Lee, <i>Introduction to smooth manifolds</i>. Graduate Texts in Mathematics, 218. Springer-Verlag, New York, 2003. • Marco Abate, Francesca Tovena, <i>Geometria differenziale</i>. Unitext, 54. Springer, Milan, 2011.
Ulteriore materiale didattico	

Organizzazione della didattica				
	Totali	Didattica frontale	Pratica (esercitazioni)	Studio individuale
Ore	175	40	30	105
CFU	7	5	2	

Metodi didattici	
	Lezioni ed esercitazioni.

Risultati di apprendimento previsti	
Conoscenza e capacità di comprensione	Acquisizione di concetti e risultati fondamentali della teoria classica di curve e superfici differenziabili, e della geometria delle varietà differenziabili.
Conoscenza e capacità di comprensione applicate	Acquisizione del calcolo differenziale per curve, superfici e varietà differenziabili. Descrizione di esempi fondamentali. Acquisizione delle tecniche dimostrative di base della geometria differenziale.
Autonomia di giudizio	Capacità di valutare la correttezza dei ragionamenti, sia dal punto di vista logico che formale. Capacità di risolvere problemi, anche di natura teorica.
Abilità comunicative	Acquisizione di un linguaggio formale adeguato alla comprensione e presentazione dei risultati, e alla discussione di relativi problemi.
Capacità di apprendere	Acquisizione di un metodo di studio adeguato, supportato dalla consultazione di testi scientifici, e dalla ricerca di fonti per ulteriori approfondimenti.

Valutazione	
Modalità di verifica dell'apprendimento	La verifica dell'apprendimento avviene attraverso una prova orale alla lavagna, che consiste nell'esposizione di definizioni, enunciati e dimostrazioni relativi al programma sviluppato. Il colloquio prevede anche la discussione di esempi fondamentali e la risoluzione di esercizi.
Criteri di valutazione	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Conoscenza e capacità di comprensione</i>: completezza della preparazione e correttezza nell'esposizione. • <i>Conoscenza e capacità di comprensione applicate</i>: capacità di dimostrare i risultati della teoria; capacità di risolvere esercizi, anche di natura teorica. • <i>Autonomia di giudizio</i>: capacità di valutare la coerenza dei ragionamenti. • <i>Abilità comunicative</i>: chiarezza espositiva, correttezza del linguaggio e del formalismo utilizzati, capacità dialogica. • <i>Capacità di apprendere</i>: capacità di individuare le tecniche e i procedimenti adeguati alle dimostrazioni e alla risoluzione dei problemi.
Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	La valutazione finale dell'esame è espressa in trentesimi. L'esame è superato con votazione minima di 18/30. Contribuiscono all'esito finale dell'esame la valutazione su chiarezza espositiva, padronanza di linguaggio, rigore metodologico e livello di approfondimento, che si evincono dalla esposizione di definizioni, enunciati e dimostrazioni, dalla discussione di esempi e dalla risoluzione di esercizi.

Ulteriori informazioni	