

CORSO DI STUDIO	LAUREA IN MATEMATICA (L-35)
ANNO ACCADEMICO	2023-2024
INSEGNAMENTO	GEOMETRIA 2

Principali informazioni sull'insegnamento	
Anno di corso	Primo
Periodo di erogazione	Secondo semestre (26 febbraio 2024 – 31 maggio 2024)
Crediti formativi universitari (CFU)	8
Settore scientifico disciplinare (SSD)	MAT/03 – Geometria
Lingua di erogazione	Italiano
Modalità di frequenza	Facoltativa

Docenti		
Nome e cognome	Giulia Dileo (titolare)	Antonio Lotta
Indirizzo mail	giulia.dileo@uniba.it	antonio.lotta@uniba.it
Telefono	+39 080 544 2654	+39 080 544 2682
Sede	Dipartimento di Matematica stanza 5 secondo piano	Dipartimento di Matematica stanza 2 terzo piano
Sede virtuale	Microsoft Teams	Microsoft Teams
Pagina web	https://www.dm.uniba.it/it/members/dileo	https://www.dm.uniba.it/it/members/lotta
Ricevimento	Su appuntamento, da concordare per email; in presenza o in remoto	Su appuntamento, da concordare per email.

Organizzazione della didattica				
	Totali	Didattica frontale	Pratica (esercitazioni)	Studio individuale
Ore	200	48	30	122
CFU	8	6	2	

Obiettivi formativi	
	Acquisizione delle nozioni fondamentali della geometria affine ed Euclidea.

Prerequisiti	
	Nozioni fondamentali dell'algebra lineare: calcolo matriciale, sistemi lineari, spazi vettoriali, applicazioni lineari, forme bilineari.

Syllabus	
Contenuti dell'insegnamento (Programma)	Spazi vettoriali Euclidei. Richiami su forme bilineari simmetriche e teorema di Sylvester. Prodotti scalari su spazi vettoriali reali. Prodotto scalare standard su \mathbb{R}^n . Complemento ortogonale di un sottospazio vettoriale. Proiezione ortogonale. Minori principali di una matrice simmetrica e criterio di Sylvester per stabilire se una forma bilineare simmetrica è definita positiva. Norma di un vettore. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Disuguaglianza triangolare. Angolo convesso tra vettori. Sistemi di vettori ortogonali e ortonormali. Basi ortonormali. Procedimento di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt ed ortonormalizzazione.



Isometrie lineari tra spazi vettoriali Euclidei: definizione e caratterizzazioni. Matrici ortogonali. Caratterizzazione delle isometrie lineari mediante matrici ortogonali. La matrice di passaggio tra due basi ortonormali è ortogonale. Gruppo delle isometrie lineari di uno spazio vettoriale Euclideo, e isomorfismo con il gruppo $O(n)$.

Endomorfismi simmetrici di uno spazio vettoriale Euclideo: definizione e caratterizzazioni. Autovalori di una matrice simmetrica reale. Ortogonalità di autovettori relativi ad autovalori distinti di un endomorfismo simmetrico. Teorema spettrale. Endomorfismo simmetrico di uno spazio vettoriale Euclideo definito da una forma bilineare simmetrica. Esistenza di basi ortonormali diagonalizzanti per forme bilineari simmetriche. Caratterizzazione di forme bilineari simmetriche definite positive mediante positività degli autovalori.

Basi concordemente orientate in uno spazio vettoriale reale. Orientazioni. Prodotto vettoriale tra vettori di uno spazio vettoriale Euclideo di dimensione 3, rispetto ad una base ortonormale fissata. Proprietà del prodotto vettoriale. Relazione tra prodotto vettoriale e orientazioni di uno spazio vettoriale Euclideo tridimensionale.

Spazi affini. Spazio vettoriale dei vettori applicati in un punto, e spazio vettoriale dei vettori liberi. Spazio affine associato ad uno spazio vettoriale: definizione, proprietà e primi esempi. Spazi vettoriali come spazi affini associati a se stessi. Spazio affine numerico. Riferimento affine e sistema coordinato associato. Equazioni del cambiamento di riferimento affine. Orientazione di uno spazio affine reale. Punto medio di due punti.

Sottospazi affini. Sottospazi affini: definizione e prime proprietà. Struttura di spazio affine indotta su un sottospazio affine. Sottospazio affine generato da un numero finito di punti: definizione e caratterizzazioni. Punti affinementemente indipendenti. Punti allineati e punti complanari. Sottospazi incidenti e intersezione di sottospazi. Sottospazi affini paralleli. Sottospazio affine congiungente due sottospazi. Identità di Grassmann affine. Rette complanari: definizione e caratterizzazioni. Equazioni parametriche e cartesiane di un sottospazio affine. Parametri direttori di una retta.

Geometria affine in dimensione 2. Equazioni parametriche ed equazione cartesiana di una retta. Assi coordinati. Condizione di parallelismo tra rette. Rette incidenti. Fasci propri e fasci impropri di rette.

Geometria affine in dimensione 3. Equazioni parametriche ed equazione cartesiana di un piano. Condizione di parallelismo tra piani. Intersezione tra piani. Equazioni parametriche e cartesiane di una retta. Assi e piani coordinati di un riferimento affine. Fasci propri e fasci impropri di piani. Posizioni reciproche tra retta e piano: parallelismo e incidenza. Posizioni reciproche tra due rette: parallelismo, complanarità e incidenza.

Spazi affini Euclidei. Spazio affine Euclideo associato ad uno spazio vettoriale Euclideo. Riferimenti cartesiani e coordinate cartesiane. Equazioni del cambiamento di riferimento cartesiano. Distanza tra due punti. Sottospazi affini Euclidei. Angoli tra rette. Sottospazi ortogonali. Proiezione ortogonale di un punto su un sottospazio. Distanza di un punto



	<p>da un sottospazio. Formula per calcolare la distanza tra un punto ed un iperpiano. Distanza tra due sottospazi affini. Ipersfere. Posizioni reciproche tra un sottospazio affine ed un'ipersfera. Iperpiano tangente ad un'ipersfera in un suo punto.</p> <p><i>Geometria Euclidea in dimensione 2.</i> Angoli tra rette e condizione di ortogonalità tra rette. Coseni direttori e coefficiente angolare di una retta. Distanza di un punto da una retta. Circonferenze.</p> <p><i>Geometria Euclidea in dimensione 3.</i> Angoli tra rette e condizione di ortogonalità. Coseni direttori di una retta. Ortogonalità tra retta e piano. Ortogonalità tra piani. Distanza di un punto da un piano. Distanza di un punto da una retta. Retta di minima distanza e minima distanza tra rette. Sfere e circonferenze.</p> <p>Applicazioni affini e affinità. Applicazioni affini: definizione e prime proprietà. Immagine di un sottospazio mediante un'applicazione affine. Affinità. Il gruppo affine di uno spazio affine. Teorema di esistenza e unicità di affinità. Equazioni di una affinità. Traslazioni: definizione, caratterizzazioni ed equazioni. Punti uniti di una affinità. Omotetie e simmetrie.</p> <p>Isometrie. Isometrie di uno spazio affine Euclideo: definizione e caratterizzazione. Isometrie e angoli tra rette. Teorema di esistenza e unicità di isometrie. Equazioni di isometrie. Isometrie dirette e isometrie inverse. Rotazioni di centro un punto e riflessioni rispetto a un punto. Riflessioni rispetto a un iperpiano: definizione e caratterizzazione geometrica. Isometrie del piano Euclideo: traslazioni, rotazioni, riflessioni, glissoriflessioni. Teorema di Chasles. Rotazioni dello spazio Euclideo di dimensione 3. Cenni alla classificazione delle isometrie dello spazio Euclideo di dimensione 3.</p> <p>Coniche affini e coniche Euclidee. Coniche in un piano affine reale o complesso: definizione, esempi ed equazione matriciale. Coniche affini e affinità. Invarianti affini di una conica. Classificazione affine delle coniche nel piano affine reale e nel piano affine complesso. Coniche Euclidee e isometrie. Invarianti Euclidei di una conica. Classificazione delle coniche Euclidee e riduzione a forma canonica.</p>
Testi di riferimento	<ul style="list-style-type: none">- E. Abbena, A.M. Fino, G.M. Gianella, <i>Algebra lineare e geometria analitica</i>, Aracne.- S. Abeasis, <i>Algebra lineare e Geometria</i>, Zanichelli.- M. Audin, <i>Geometry</i>, Universitext, Springer.- M. Berger, <i>Geometry I</i>, Universitext, Springer.- G. Campanella, <i>Affinità, isometrie, proiettività</i>, Aracne.- E. Sernesi, <i>Geometria 1</i>, Bollati Boringhieri.
Note ai testi di riferimento	
Materiali didattici	Sono messi a disposizione su piattaforma e-learning fogli di esercizi e note su parti di programma. https://elearning-mat.hosting.uniba.it/my/

Risultati di apprendimento previsti (secondo i Descrittori di Dublino)	
DD1 Conoscenza e capacità di comprensione	Acquisizione dei concetti fondamentali della geometria affine ed Euclidea, e apprendimento delle relative tecniche dimostrative.
DD2 Conoscenza e capacità di comprensione applicate	Capacità di utilizzare le conoscenze teoriche acquisite nello svolgimento di esercizi, individuando ragionamenti adeguati alla risoluzione di nuovi problemi.
DD3-5 Competenze trasversali	<i>DD3 Autonomia di giudizio:</i> Capacità di valutare la coerenza del ragionamento logico utilizzato in una dimostrazione. Capacità di individuare un metodo risolutivo di un quesito, valutando la coerenza della risoluzione con le conoscenze teoriche acquisite.
	<i>DD4 Abilità comunicative:</i> Acquisizione del linguaggio e del formalismo matematico di base, necessario per la consultazione e comprensione dei testi, per l'esposizione delle conoscenze acquisite, la descrizione, l'analisi e la risoluzione dei problemi.
	<i>DD5 Capacità di apprendere:</i> Acquisizione di un metodo di studio adeguato, supportato dalla consultazione dei testi e dalla risoluzione di esercizi e quesiti proposti periodicamente durante il corso.

Metodi didattici	
	La modalità di svolgimento dell'insegnamento è di tipo frontale. Lezioni ed esercitazioni sono svolte in presenza.

Valutazione	
Modalità di verifica dell'apprendimento	L'esame consiste in una prova scritta e una successiva prova orale. La prova scritta prevede la risoluzione di esercizi e ha una durata di circa due ore. Il colloquio orale prevede l'esposizione di definizioni, enunciati e dimostrazioni, e l'illustrazione di esempi specifici.
Criteri di valutazione	<ul style="list-style-type: none"> ● <i>Conoscenza e capacità di comprensione:</i> conoscenza delle nozioni fondamentali della geometria affine ed Euclidea, unitamente alla capacità di enunciare e dimostrare le relative proprietà. Capacità di illustrare le nozioni acquisite in esempi specifici. ● <i>Conoscenza e capacità di comprensione applicate:</i> capacità di applicare le conoscenze teoriche acquisite nello svolgimento di esercizi di geometria affine ed Euclidea, che comprendono: prodotti scalari, basi ortonormali, complementi ortogonali di sottospazi, endomorfismi simmetrici; equazioni parametriche e cartesiane di sottospazi affini ed Euclidei, e relative proprietà geometriche (parallelismo, incidenza, complanarità, ortogonalità, angoli, distanze); equazioni di affinità e isometrie, relative proprietà e problemi di classificazione; equazioni di circonferenze e sfere; invarianti affini ed Euclidei di coniche. ● <i>Autonomia di giudizio:</i> capacità di valutare la coerenza del ragionamento logico utilizzato in una dimostrazione. Capacità di risolvere problemi coerentemente con le conoscenze teoriche acquisite. ● <i>Abilità comunicative:</i> capacità di esporre definizioni, enunciati e dimostrazioni, e di argomentare risoluzioni di problemi, attraverso un linguaggio e un formalismo matematico adeguati. ● <i>Capacità di apprendere:</i> capacità di consultare testi, individuare nessi logici, risolvere esercizi.



<p>Criteria di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale</p>	<p>La valutazione della prova scritta è basata su: coerenza delle procedure, correttezza dei risultati, rigore metodologico, correttezza del formalismo matematico. Alla prova scritta si attribuisce un punteggio in trentesimi. La prova scritta si intende superata se il punteggio è maggiore o uguale a 18/30. Il superamento della prova scritta è requisito necessario per accedere alla prova orale.</p> <p>La valutazione della prova orale è basata su: completezza della preparazione, livello di approfondimento del programma, correttezza e chiarezza nell'esposizione di definizioni, enunciati, dimostrazioni, ed esempi, linguaggio e formalismo matematico.</p> <p>Prova scritta e prova orale concorrono alla valutazione complessiva dell'esame. Il voto finale è attribuito in trentesimi. L'esame si intende superato quando il voto è maggiore o uguale a 18/30.</p>
---	---

Ulteriori informazioni	
	La frequenza di lezioni ed esercitazioni è fortemente consigliata.