



Informazioni generali		Anno accademico 2022-2023
Denominazione dell'insegnamento	<b>Geometria 2</b>	
Corso di studio	Matematica (L-35)	
Anno di corso	Primo	
Periodo di erogazione	Secondo semestre (27 febbraio 2023 – 26 maggio 2023)	
Crediti formativi universitari (CFU)	8	
Settore scientifico disciplinare (SSD)	MAT/03 – Geometria	
Lingua di erogazione	Italiano	
Obbligo di frequenza	No	

Docenti		
Nome e cognome	Giulia Dileo (titolare)	Antonio Lotta
E-mail	giulia.dileo@uniba.it	antonio.lotta@uniba.it
Telefono	+39 080 544 2654	+39 080 5442682
Sede	Dipartimento di Matematica, stanza 5 secondo piano	Dipartimento di Matematica, stanza 2 terzo piano
Sede virtuale	Microsoft Teams	
Pagina web	<a href="https://www.dm.uniba.it/members/dileo">https://www.dm.uniba.it/members/dileo</a>	<a href="https://www.dm.uniba.it/members/lotta">https://www.dm.uniba.it/members/lotta</a>
Orario e modalità di ricevimento	Consultare la pagina <a href="https://www.dm.uniba.it/members/dileo">https://www.dm.uniba.it/members/dileo</a>	Consultare la pagina <a href="https://www.dm.uniba.it/members/lotta">https://www.dm.uniba.it/members/lotta</a>

Syllabus	
<b>Obiettivi formativi</b>	Acquisizione delle nozioni fondamentali della geometria affine ed Euclidea.
<b>Prerequisiti</b>	Nozioni fondamentali dell'algebra lineare: calcolo matriciale, sistemi lineari, spazi vettoriali, applicazioni lineari, forme bilineari.
<b>Contenuti dell'insegnamento</b>	<p><b>Spazi vettoriali Euclidei.</b> Richiamo sulla segnatura di una forma bilineare simmetrica e sul teorema di Sylvester. Prodotti scalari su spazi vettoriali reali. Matrici simmetriche definite positive. Basi ortonormali. Ortogonalità rispetto ad un prodotto scalare. Proiezione ortogonale su un sottospazio. Minori principali e criterio di Sylvester per stabilire se una forma bilineare simmetrica è definita positiva. Sistemi di vettori ortogonali e ortonormali. Norma di un vettore. Procedimento di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt ed ortonormalizzazione. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz; angolo tra due vettori. L'operazione di prodotto vettoriale. Relazione tra prodotto vettoriale e orientazioni di uno spazio vettoriale Euclideo tridimensionale. Trasformazioni ortogonali (isometrie lineari): definizione e caratterizzazioni. Matrici ortogonali. Il gruppo <math>O(V)</math> delle trasformazioni ortogonali di uno spazio vettoriale Euclideo <math>V</math> e il gruppo <math>O(n)</math> delle matrici ortogonali di ordine <math>n</math>. Le matrici di passaggio tra basi ortonormali sono ortogonali. Simmetrie ortogonali rispetto ad un iperspazio. Endomorfismi simmetrici e relativa caratterizzazione. Ortogonalità di autovettori di un endomorfismo simmetrico relativi ad autovalori distinti. Il Teorema spettrale. Esistenza di basi ortonormali diagonalizzanti per una forma bilineare simmetrica definita su uno spazio vettoriale Euclideo. Autovalori di una matrice simmetrica reale e criterio affinché una forma bilineare simmetrica sia definita positiva.</p> <p><b>Spazi affini.</b> Spazio vettoriale dei vettori applicati in un punto, e spazio vettoriale dei vettori liberi. Spazio affine associato ad uno spazio vettoriale:</p>



definizione, proprietà e primi esempi. Spazi vettoriali come spazi affini associati a se stessi. Spazio affine numerico. Riferimento affine e sistema coordinato associato. Equazioni del cambiamento di riferimento affine. Orientazione di uno spazio affine reale. Punto medio di due punti. Baricentro con pesi di  $r$  punti.

**Sottospazi affini.** Sottospazi affini: definizione e prime proprietà. Struttura di spazio affine indotta su un sottospazio affine. Caratterizzazione di un sottospazio affine mediante baricentri. Sottospazio affine generato da un numero finito di punti: definizione e caratterizzazioni. Punti affinemente indipendenti. Punti allineati e punti complanari. Rapporto semplice di tre punti allineati. Sottospazi incidenti e intersezione di sottospazi. Sottospazi affini paralleli. Sottospazio affine congiungente due sottospazi. Identità di Grassmann affine. Rette complanari: definizione e caratterizzazioni. Equazioni parametriche e cartesiane di un sottospazio affine. Parametri direttori di una retta.

*Geometria affine in dimensione 2.* Equazioni parametriche ed equazione cartesiana di una retta. Assi coordinati. Condizione di parallelismo tra rette. Rette incidenti. Fasci propri e fasci impropri di rette.

*Geometria affine in dimensione 3.* Equazioni parametriche ed equazione cartesiana di un piano. Condizione di parallelismo tra piani. Intersezione tra piani. Equazioni parametriche e cartesiane di una retta. Assi e piani coordinati di un riferimento affine. Fasci propri e fasci impropri di piani. Posizioni reciproche tra retta e piano: parallelismo e incidenza. Posizioni reciproche tra due rette: parallelismo, complanarità e incidenza.

**Spazi affini Euclidei.** Spazio affine Euclideo associato ad uno spazio vettoriale Euclideo. Riferimenti cartesiani e coordinate cartesiane. Equazioni del cambiamento di riferimento cartesiano. Distanza tra due punti. Sottospazi affini Euclidei. Angoli tra rette. Angolo tra rette orientate. Rette ortogonali. Sottospazi ortogonali. Proiezione ortogonale di un punto su un sottospazio. Distanza di un punto da un sottospazio. Retta Euclidea.

*Geometria Euclidea in dimensione 2.* Angoli tra rette e condizione di ortogonalità tra rette. Coseni direttori e coefficiente angolare di una retta. Distanza di un punto da una retta. Circonferenze.

*Geometria Euclidea in dimensione 3.* Angoli tra rette e condizione di ortogonalità. Coseni direttori di una retta. Angoli tra piani e condizione di ortogonalità tra piani. Angolo tra una retta e un piano e condizione di ortogonalità. Distanza di un punto da un piano. Distanza di un punto da una retta. Retta di minima distanza e minima distanza tra rette. Sfere e circonferenze.

**Applicazioni affini e affinità.** Applicazioni affini: definizione e prime proprietà. Immagine di un sottospazio mediante un'applicazione affine. Affinità. Il gruppo affine di uno spazio affine. Teorema di esistenza e unicità di affinità. Equazioni di una affinità. Figure geometriche affinemente equivalenti. Traslazioni: definizione, caratterizzazioni ed equazioni. Punti uniti di una affinità. Centroaffinità: definizione ed equazioni. Omotetie e simmetrie.



	<p><b>Isometrie.</b> Isometrie di uno spazio affine Euclideo: definizione e caratterizzazione. Isometrie e angoli tra rette. Teorema di esistenza e unicità di isometrie. Figure geometriche isometricamente equivalenti. Equazioni di isometrie. Isometrie dirette e isometrie inverse. Rotazioni di centro un punto e riflessioni rispetto a un punto. Riflessioni rispetto a un iperpiano: definizione e caratterizzazione geometrica. Isometrie del piano Euclideo: traslazioni, rotazioni, riflessioni, glissoriflessioni. Teorema di Chasles. Rotazioni dello spazio Euclideo di dimensione 3. Cenni alla classificazione delle isometrie dello spazio Euclideo di dimensione 3.</p> <p><b>Coniche affini e coniche Euclidee.</b> Coniche in un piano affine reale o complesso: definizione, esempi ed equazione matriciale. Coniche affini e affinità. Invarianti affini di una conica. Classificazione affine delle coniche nel piano affine reale e nel piano affine complesso. Coniche Euclidee e isometrie. Invarianti Euclidei di una conica. Classificazione delle coniche Euclidee e riduzione a forma canonica.</p>
<b>Testi di riferimento</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- E. Abbena, A.M. Fino, G.M. Gianella, <i>Algebra lineare e geometria analitica</i>, Aracne.</li> <li>- S. Abeasis, <i>Algebra lineare e Geometria</i>, Zanichelli.</li> <li>- M. Audin, <i>Geometry</i>, Universitext, Springer.</li> <li>- M. Berger, <i>Geometry I</i>, Universitext, Springer.</li> <li>- G. Campanella, <i>Affinità, isometrie, proiettività</i>, Aracne.</li> <li>- E. Sernesi, <i>Geometria 1</i>, Bollati Boringhieri.</li> </ul>
<b>Ulteriore materiale didattico</b>	Note dei docenti su alcune parti di programma.

Organizzazione della didattica				
	Totali	Didattica frontale	Pratica (esercitazioni)	Studio individuale
<b>Ore</b>	200	48	30	122
<b>CFU</b>	8	6	2	

Metodi didattici	
	Lezioni ed esercitazioni in didattica frontale.

Risultati di apprendimento previsti	
<b>Conoscenza e capacità di comprensione</b>	Acquisizione dei concetti fondamentali della geometria affine ed Euclidea, e apprendimento delle relative tecniche dimostrative
<b>Conoscenza e capacità di comprensione applicate</b>	Capacità di utilizzare le conoscenze teoriche acquisite nello svolgimento di esercizi, individuando ragionamenti adeguati alla risoluzione di nuovi problemi.
<b>Autonomia di giudizio</b>	Capacità di valutare la coerenza del ragionamento logico utilizzato in una dimostrazione. Capacità di individuare un metodo risolutivo di un quesito, valutando la coerenza della risoluzione con le conoscenze teoriche acquisite.
<b>Abilità comunicative</b>	Acquisizione del linguaggio e del formalismo matematico di base, necessario per la consultazione e comprensione dei testi, per l'esposizione delle conoscenze acquisite, la descrizione, l'analisi e la risoluzione dei problemi.
<b>Capacità di apprendere</b>	Acquisizione di un metodo di studio adeguato, supportato dalla consultazione dei testi e dalla risoluzione di esercizi e quesiti proposti periodicamente durante il corso.



Valutazione	
Modalità di verifica dell'apprendimento	L'esame consiste in una prova scritta e una successiva prova orale. La prova scritta prevede la risoluzione di esercizi. Il colloquio orale prevede l'esposizione di definizioni, enunciati e dimostrazioni, e l'illustrazione di esempi specifici.
Criteri di valutazione	<ul style="list-style-type: none"><li>● <i>Conoscenza e capacità di comprensione:</i> conoscenza delle nozioni fondamentali della geometria affine ad Euclidea, unitamente alla capacità di enunciare e dimostrare le relative proprietà. Capacità di illustrare le nozioni acquisite in esempi specifici.</li><li>● <i>Conoscenza e capacità di comprensione applicate:</i> capacità di applicare le conoscenze teoriche acquisite nello svolgimento di esercizi di geometria affine ed Euclidea, che comprendono: prodotti scalari, basi ortonormali, complementi ortogonali di sottospazi, operatori autoaggiunti; equazioni parametriche e cartesiane di sottospazi affini ed Euclidei, e relative proprietà geometriche (parallelismo, incidenza, complanarità, ortogonalità, angoli, distanze); equazioni di affinità e isometrie, relative proprietà e problemi di classificazione; equazioni di circonferenze e sfere; invarianti affini ed Euclidei di coniche.</li><li>● <i>Autonomia di giudizio:</i> capacità di valutare la coerenza del ragionamento logico utilizzato in una dimostrazione. Capacità di risolvere problemi coerentemente con le conoscenze teoriche acquisite.</li><li>● <i>Abilità comunicative:</i> capacità di esporre definizioni, enunciati e dimostrazioni, e di argomentare risoluzioni di problemi, attraverso un linguaggio e un formalismo matematico adeguati.</li><li>● <i>Capacità di apprendere:</i> capacità di consultare testi, individuare nessi logici, risolvere esercizi.</li></ul>
Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	La valutazione della prova scritta è basata su: coerenza delle procedure, correttezza dei risultati, rigore metodologico, correttezza del formalismo matematico. La valutazione della prova orale è basata su: completezza della preparazione, livello di approfondimento del programma, correttezza e chiarezza nell'esposizione di definizioni, enunciati, dimostrazioni, ed esempi, linguaggio e formalismo matematico. Il voto finale è attribuito in trentesimi. L'esame si intende superato quando il voto è maggiore o uguale a 18/30.
Ulteriori informazioni	