UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BARI ALDO MORO

CONSIGLIO INTERCLASSE IN MATEMATICA

Informazioni generali	**Anno accademico 2022-2023**
Denominazione dell’insegnamento	**Istituzioni di Analisi Superiore 1**
Corso di studio	Matematica (L-35)
Anno di corso	Primo
Periodo di erogazione	Primo semestre (19 settembre 2022 – 22 dicembre 2022)
Crediti formativi universitari (CFU)	7
Settore scientifico disciplinare (SSD)	MAT/05 – Analisi Matematica
Lingua di erogazione	Italiano
Obbligo di frequenza	No, ma fortemente consigliata

Docenti	
Nome e cognome	Lorenzo D’Ambrosio
E-mail	lorenzo.dambrosio_AT_uniba.it
Telefono	+39 080 544 2692
Sede	Dipartimento di Matematica, stanza 16 terzo piano
Sede virtuale	lorenzo.dambrosio_AT_uniba.it
Pagina web	https://www.dm.uniba.it/members/dambrosio
Orario e modalità di ricevimento	Su appuntamento, da concordare per e-mail

Syllabus	
Obiettivi formativi	Acquisizione degli strumenti di base dell’analisi moderna, con particolare riferimento alla teoria della misura, alla teoria elementare degli spazi di Hilbert e degli spazi L^p e agli elementi di base dell’analisi delle funzioni di una variabile complessa.
Prerequisiti	Le conoscenze che in genere vengono acquisite nei primi due anni di una laurea della classe L–35. In particolare: analisi matematica classica in una e più variabili, topologia generale, algebra lineare
Contenuti dell’insegnamento	<u>Analisi Reale</u> 1. Teoria della misura e dell'integrazione astratta: σ–algebre, insiemi misurabili, funzioni misurabili – proprietà elementari della misura – integrazione di funzioni positive e di funzioni a valori complessi – proprietà di convergenza per successioni di integrali: teoremi di Beppo Levi, di Fatou, di Lebesgue – serie di integrali – completamento di una misura – teorema di Severini–Egoroff – teorema di passaggio al limite di Vitali. 2. Misura di Lebesgue in R^N: pluriintervalli, misura esterna di Lebesgue, misura interna di Lebesgue – insiemi misurabili secondo Lebesgue – esistenza di insiemi non misurabili secondo Lebesgue in RN – misure boreliane invarianti per traslazione – misura di Lebesgue e applicazioni lineari: l'interpretazione geometrica del determinante di una matrice. 3. Gli spazi L^p: disuguaglianze di Jensen, di Hölder e di Minkowsky – completezza degli spazi $L^p(\mu)$ – proprietà di continuità delle funzioni misurabili in R^N: il teorema di Lusin – proprietà di densità negli spazi $L^p(R^N)$ delle funzioni continue a supporto compatto – $C_0(R^N)$ come completamento in norma uniforme di $C_c(R^N)$ – Separabilità degli spazi $L^p(R^N)$. 4. Teoria elementare degli spazi di Hilbert: definizione, disuguaglianza di Schwarz, disuguaglianza triangolare – teorema di minima norma per convessi chiusi – teorema dei proiettori ortogonali – teorema di rappresentazione di Riesz dei funzionali su uno spazio di Hilbert – problema della migliore approssimazione – insiemi ortonormali, caratterizzazione degli insiemi ortonormali massimali, esistenza di insiemi

	ortonormali massimali – identità di Bessel, identità di Parseval, isomorfismo tra H e $l^2(A)$ – lo spazio $L^2(T)$ e le serie di Fourier – gli spazi $H^s(T)$ e $H^s(T^N)$ e relativi teoremi di immersione in C(T) e $C(T^N)$ – Applicazioni alle equazioni differenziali e disuguaglianza isoperimetrica nel piano. Analisi complessa 5. Introduzione alla teoria delle funzioni olomorfe: derivabilità in senso complesso: proprietà, interpretazione geometrica – olomorfia e differenziabilità – equazioni di Cauchy–Riemann e corollari – alcune funzioni elementari: funzione esponenziale, funzioni trigonometriche, funzioni polidrome e loro selezioni, funzione logaritmo, funzione potenza – curve, cammini e circuiti – richiami sulle forme differenziali – omotopia – semplice connessione – relazioni tra chiusura ed esattezza di una forma differenziale – integrazione di funzionmi complesse su cammini – primitive di funzioni complesse – forme differenziali associate a una funzione olomorfa – caratterizzazione dell'esistenza di primitive – serie di potenze complesse: raggio di convergenza, convergenza uniforme, teorema di Cauchy–Hadamard – test di Abel–Dirichlet – teorema di Abel – prodotto alla Cauchy – funzioni analitiche – analiticità dell'integrale di Cauchy. 6. Teorema di Cauchy e analiticità delle funzioni olomorfe: teorema dell'indice di avvolgimento - teorema di Goursat – esistenza di primitive locali – formula integrale di Cauchy – analiticità delle funzioni olomorfe – teorema di Morera – formula di Cauchy per le derivate – stime di Cauchy per le derivate – teorema fondamentale dell'algebra – teorema di Liouville per funzioni olomorfe limitate e sue generalizzazioni – teorema di Morera–Weierstrass – applicazioni al calcolo di integrali. 7. Teorema degli zeri e funzioni armoniche: teorema degli zeri di una funzione olomorfa e corollari – unicità del prolungamento analitico – caratterizzazione dell'analiticità di funzioni di variabile reale – funzioni olomorfe e funzioni armoniche – proprietà del valor medio – formula di Pizzetti – caratterizzazione delle funzioni armoniche attraverso il loro valor medio – teorema di Liouville per funzioni positive e sue estensioni – principio di massimo per funzioni armoniche – teorema della media per funzioni olomorfe – principio del massimo modulo, principio del minimo modulo. 8. Teorema dei residui e applicazioni: singolarità isolate – serie di Laurent – teorema sulla sviluppabilità in serie di Laurent – classificazione delle singolarità isolate e loro caratterizzazioni – il teorema di Picard (enunciato) – definizione di residuo – calcolo del residuo in un polo – teorema dei residui – teorema di Cauchy (caso generale) – lemma di Jordan – funzioni meromorfe – teorema dell'indice logaritmico – teorema di Rouché e corollari – teorema dell'applicazione aperta – teorema dell'invertibilità locale – applicazioni al calcolo di integrali, serie ed equazioni alle differenze
Testi di riferimento	Per tutto il programma: W. RUDIN, Real and Complex Analysis, McGraw–Hill Book Company Per la sola costruzione della misura di Lebesgue in RN : N. FUSCO, P. MARCELLINI & C. SBORDONE, Analisi Matematica due, Liguori Per l'analisi complessa è inoltre utile consultare: G. GILARDI, Analisi 3, Ed. Mc Graw–Hill; S. LANG, Complex Analysis, Springer–Verlag
Ulteriore materiale didattico	Note distribuite a lezione

Organizzazione della didattica				
	Totali	Didattica frontale	Pratica (esercitazioni/laboratori/seminari/altro)	Studio individuale
Ore	175	70	0	105
CFU	7	7	0	

Metodi didattici	
	Didattica frontale completa di esercitazioni che prevedono lo svolgimento di esercizi il cui scopo è far acquisire allo studente la capacità di applicare i concetti teorici. A causa dell'emergenza sanitaria in atto, la modalità di erogazione dell'insegnamento avrà luogo secondo le delibere del Senato Accademico.

Risultati di apprendimento previsti	
Conoscenza e capacità di comprensione	• Acquisizione di concetti fondamentali dell'analisi moderna e dell'analisi complessa elementare. • Acquisizione delle relative tecniche dimostrative
Conoscenza e capacità di comprensione applicate	Le conoscenze teoriche acquisite si utilizzano in vasta parte della matematica moderna e delle sue applicazioni
Autonomia di giudizio	◦ Capacità di valutare la coerenza del ragionamento logico utilizzato in una dimostrazione ◦ Capacità di individuare i giusti strumenti matematici e le giuste tecniche per affrontare problemi matematica complessi ◦ Capacità di individuare le strategie migliori in termini di eleganza, rapidità, correttezza formale e completezza, per risolvere gli esercizi assegnati
Abilità comunicative	◦ Capacità di utilizzare in modo corretto e chiaro il linguaggio e il formalismo matematico avanzato nell'esposizione delle conoscenze acquisite, la descrizione, l'analisi e la risoluzione dei problemi ◦ Capacità di proporre ed esporre in modo chiaro e comprensibile al pubblico le soluzioni individuate ai problemi assegnati
Capacità di apprendere	Acquisizione di un metodo di studio adeguato, supportato della consultazione dei testi, dalla capacità di approfondire autonomamente gli argomenti trattati, e dalla risoluzione di esercizi e quesiti proposti durante il corso

Valutazione	
Modalità di verifica dell'apprendimento	La verifica avviene mediante prova orale alla lavagna, durante la quale viene richiesta l'esposizione degli argomenti trattati, inclusa la presentazione di definizioni, enunciati e dimostrazioni, e l'esposizione della risoluzione di esercizi in cui vengono impiegati gli strumenti teorici acquisiti. La prova viene svolta in forma di colloquio, durante il quale lo studente deve dimostrare di essere in grado di spiegare e chiarire i concetti esposti, inclusi gli strumenti impiegati, anche relativi alle conoscenze previste dai prerequisiti del corso. La prova orale può eventualmente essere integrata da una prova scritta
Criteri di valutazione	• *Conoscenza e capacità di comprensione*: ◦ Correttezza formale e completezza dell'esposizione ◦ Capacità di presentare correttamente gli strumenti impiegati nelle dimostrazioni ◦ Capacità di rispondere correttamente ed esaustivamente alle richieste di

	chiarimento e approfondimento degli argomenti esposti • *Conoscenza e capacità di comprensione applicate*: Correttezza degli strumenti impiegati e completezza delle risoluzioni presentate • *Autonomia di giudizio*: Capacità di individuare gli strumenti e le tecniche più adeguati per rispondere al quesito o al problema assegnato • *Abilità comunicative*: ◦ Correttezza formale del linguaggio logico-matematico e chiarezza espositiva ◦ Chiarezza della presentazione delle proprie risposte ai quesiti posti • *Capacità di apprendere*: Correttezza delle risoluzioni proposte agli esercizi assegnati
Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	Il voto finale è attribuito in trentesimi. L'esame si intende superato quando il voto è maggiore o uguale a 18. La sufficienza si intende raggiunta quando lo studente è in grado di esporre chiaramente concetti, enunciati e dimostrazioni sui principali temi trattati nel corso, ed è in grado di dimostrare di aver compreso gli argomenti esposti, rispondendo correttamente ed esaurientemente alle domande di chiarimento poste durante l'esposizione. Una valutazione più elevata viene raggiunta in presenza dei seguenti elementi: capacità di esporre in modo chiaro e completo, con le relative dimostrazioni, tutti gli argomenti trattati nel programma; capacità di rispondere in modo autonomo e corretto a domande relative all'approfondimento degli argomenti trattati; capacità di risolvere ed esporre lo svolgimento degli esercizi proposti durante il corso; capacità di individuare soluzioni a quesiti originali proposti durante la prova, basati sugli strumenti acquisiti durante il corso; capacità di risolvere esercizi originali proposti durante la prova applicando opportunamente strumenti e tecniche acquisiti durante il corso

Ulteriori informazioni	