Informazioni generali	Anno accademico 2022-2023
Denominazione dell'insegnamento	**Analisi Funzionale**
Corso di studio	Matematica (L-35)
Anno di corso	Terzo
Periodo di erogazione	Secondo semestre (27 febbraio 2023 – 26 maggio 2023)
Crediti formativi universitari (CFU)	7
Settore scientifico disciplinare (SSD)	MAT/05 – Analisi Matematica
Lingua di erogazione	Italiano
Obbligo di frequenza	Fortemente consigliata.

Docenti		
Nome e cognome	Marcello D'Abbicco	Giusi Vaira
E-mail	marcello.dabbicco@uniba.it	giusi.vaira@uniba.it
Telefono	+39 080 544 2721	+39 080 544 2706
Sede	Dipartimento di Matematica, stanza 36 secondo piano	Dipartimento di Matematica, stanza 16 quarto piano
Sede virtuale	Profilo Microsoft Teams: marcello.dabbicco@uniba.it	Profilo Microsoft Teams: giusi.vaira@uniba.it
Pagina web	https://www.dm.uniba.it/members/dabbicco	https://www.dm.uniba.it/members/vaira
Orario e modalità di ricevimento	su appuntamento, da concordare per e-mail	Su appuntamento, da concordare via e-mail

Syllabus	
Obiettivi formativi	Acquisizione degli strumenti di base relativi agli spazi funzionali, a teoremi di rappresentazione, alla teoria degli operatori, con applicazioni ad alcune classi di equazioni a derivate parziali.
Prerequisiti	Le conoscenze che si acquisiscono nei primi due anni di una laurea della classe L-35, con particolare riferimento all'Analisi Matematica classica in una o più variabili, agli spazi normati, alla topologia generale ed all'algebra lineare.

Contenuti dell'insegnamento

1. SPAZI NORMATI
Spazi vettoriali normati, distanza e topologia indotta, insiemi convessi. Esempi di spazi normati (L^p, ℓ^p, c_0, c_c, funzioni Hölderiane) e di insiemi convessi. Derivata debole e norma sugli spazi di Sobolev. Norma sullo spazio degli operatori lineari limitati su spazi normati. Isomorfismo fra spazi normati con dimensione finita n, e R^n. Lemma di Riesz e teorema di Riesz sulla compattezza della palla unitaria. Limitatezza degli operatori lineari su spazi con dimensione finita. Completezza dello spazio degli operatori lineari limitati. Caratterizzazione della limitatezza per operatori lineari.

2. TEOREMI DI HAHN-BANACH
Forma analitica del teorema di Hahn-Banach: su spazi vettoriali e su spazi normati. Spazio duale e mappa di dualità. Iperpiani affini e loro chiusura. Funzionale di Minkowski. Forme geometriche del teorema di Hahn-Banach. Spazio biduale e riflessività. Riflessività dei sottospazi chiusi. Equivalenza fra riflessività di uno spazio e del suo duale. Separabilità di uno spazio e del suo duale.

3. TOPOLOGIA DEBOLE E DEBOLE*
Topologia iniziale. Topologia debole. Convergenza debole. Debole chiusura, e convessità. Topologia e convergenza debole*. Teorema di Banach-Alaoglu-Bourbaki. Lemma di Helly e di Goldstine. Teorema di Kakutani. Esistenza di minimi per funzioni convesse e semicontinue inferiormente in spazi riflessivi. Separabilità e metrizzabilità della palla unitaria nel duale, rispetto alla topologia debole*. Separabilità del duale e metrizzabilità della palla unitaria rispetto alla topologia debole (solo enunciato). Teorema di Milman-Pettis per spazi uniformemente convessi.

4. SPAZI L^p
Disuguaglianza di Clarkson e uniforme convessità di Lp (dimostrazione solo per p in è [2, ∞)), e riflessività, con p in (1,∞). Spazi atomici e non riflessività di L1. Teorema di rappresentazione di Riesz. Proprietà di L^∞ come spazio duale, duale di L^∞. Duale di c_0. Proprietà di Schur per ℓ^1.

5. OPERATORI LINEARI E CONTINUI
Teorema sulla serie di Neumann. Teorema di Banach- Steinhaus o dell'uniforme limitatezza. Conseguenze del Teorema di Banach-Steinhaus. Teorema dell'applicazione aperta e applicazioni. Teorema del grafico chiuso. Operatori lineari illimitati. Operatori chiusi. Operatori aggiunti e proprietà. Proprietà degli operatori di rango chiuso. Operatori di rango finito. Teorema di rappresentazione e proprietà. Operatori approssimabili e proprietà. Insieme risolvente, spettro e spettro puntuale di un operatore. Proprietà dello spettro di un operatore lineare e continuo.

	6. OPERATORI COMPATTI Operatori compatti. Proprietà degli operatori compatti. Problema di approssimazione. Teorema di Schauder. Spettro di un operatore compatto. Operatori di Fredholm. Teorema dell'alternativa di Fredholm. Immersioni compatte in Spazi di Sobolev. Operatori completamente continui e operatori compatti. Applicazioni. **7. OPERATORI IN SPAZI DI HILBERT** Basi ortonormali in spazi di Hilbert separabili. Operatori di Hilbert – Schmidt e rappresentazione. Operatori di Hilbert-Schmidt come operatori compatti. Operatori limitati autoaggiunti, monotoni, idempotenti e normali. Caratterizzazione di un operatore autoaggiunto e idempotente. Caratterizzazione di un operatore normale. Invertibilità di un operatore autoaggiunto. Operatori illimitati simmetrici, autoaggiunti e massimali monotoni. Proprietà dello spettro di un operatore autoaggiunto. Spettro di un operatore monotono e autoaggiunto. Basi hilbertiane costituite da autovettori di operatori compatti e autoaggiunti. Operatore risolvente e approssimazioni di Yosida. Soluzione di problemi di evoluzione. Teorema di Cauchy, Lipschtiz, Picard. Teorema di Hille-Yosida in spazi di Hilbert. Applicazioni alle equazioni alle derivate parziali di evoluzione: soluzione dell'equazione del calore, delle onde, e di un sistema reazione-diffusione.
Testi di riferimento	H. BREZIS, Analyse fonctionnelle, Theorie et applications, 2e tirage, Masson 1987. H. BREZIS, Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations, Springer, 2011.
Ulteriore materiale didattico	Appunti presi a lezione.

Organizzazione della didattica				
	Totali	Didattica frontale	Pratica	Studio individuale
Ore	175	56		119
CFU	7			

Metodi didattici	
	Lezioni frontali.

Risultati di apprendimento previsti	
Conoscenza e capacità di comprensione	Acquisizione di concetti e risultati fondamentali nell'ambito dello studio degli spazi funzionali e della teoria degli operatori. Acquisizione dei principali strumenti e delle tecniche dimostrative.
Conoscenza e capacità di comprensione applicate	Le conoscenze teoriche acquisite trovano molte applicazioni in vari campi della matematica, tra cui lo studio di equazioni alle derivate parziali e di modelli da esse governati.
Autonomia di giudizio	Capacità di valutazione della coerenza del ragionamento logico nelle dimostrazioni e capacità di scelta di strumenti matematici adeguati alla co mplessità dei problemi da risolvere.
Abilità comunicative	Acquisizione delle basi del linguaggio e del formalismo matematico, necessarie sia per la consultazione e la comprensione dei testi che per l'esposizione, l'analisi e la risoluzione dei problemi.
Capacità di apprendere	Acquisizione di un metodo di studio adeguato che si avvalga sistematicamente della consultazione dei testi e dell'impegno alla risoluzione di esercizi e quesiti connessi ai contenuti del corso.

Valutazione	
Modalità di verifica dell'apprendimento	L'esame finale prevede una prova orale che si basa sulla verifica delle conoscenze teoriche dei contenuti del corso. L'esame si ritiene superato se il voto finale è almeno 18/30.
Criteri di valutazione	• *Conoscenza e capacità di comprensione*: verrà valutata l'acquisizione di concetti e risultati fondamentali nell'ambito dello studio degli spazi funzionali e della teoria degli operatori e l'acquisizione dei principali strumenti e delle tecniche dimostrative. • *Conoscenza e capacità di comprensione applicate*: verrà valutata la capacità di applicare le conoscenze teoriche acquisite nelle varie applicazioni. • *Autonomia di giudizio*: verrà valutata la capacità di valutazione della coerenza del ragionamento logico nelle dimostrazioni e la capacità di scelta di strumenti matematici adeguati alla complessità dei problemi da risolvere. • *Abilità comunicative*: verrà valutata l'acquisizione delle basi del linguaggio, del formalismo matematico e della precisione necessarie per l'esposizione, l'analisi e la risoluzione dei problemi. • *Capacità di apprendere*: verrà valutata l'acquisizione di un metodo di studio che si avvalga della consultazione degli appunti presi a lezione, dei testi consigliati e dell'impegno alla risoluzione di esercizi dati a lezione.
Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	Verrà valutata la capacità di esporre chiaramente concetti, enunciati e dimostrazioni sui principali temi trattati nel corso, e di dimostrare di aver compreso gli argomenti esposti, rispondendo correttamente ed esaurientemente alle domande di chiarimento poste durante l'esposizione.

Ulteriori informazioni	