

<b>CORSO DI STUDIO</b>	<b>LAUREA IN MATEMATICA (L-35)</b>
<b>ANNO ACCADEMICO</b>	<b>2023-2024</b>
<b>INSEGNAMENTO</b>	<b>ANALISI NON LINEARE</b>

Principali informazioni sull'insegnamento	
Anno di corso	Terzo
Periodo di erogazione	Secondo semestre (26 febbraio 2024 – 31 maggio 2024)
Crediti formativi universitari (CFU)	7
Settore scientifico disciplinare (SSD)	MAT/05 – Analisi Matematica
Lingua di erogazione	Italiano
Modalità di frequenza	Facoltativa

Docente	
Nome e cognome	Silvia Cingolani
Indirizzo mail	silvia.cingolani@uniba.it
Telefono	+39 080 544 2660
Sede	Dipartimento di Matematica, stanza 11 secondo piano
Sede virtuale	Microsoft Teams, codice 9ckpv75
Pagina web	<a href="https://www.dm.uniba.it/it/members/cingolani">https://www.dm.uniba.it/it/members/cingolani</a>
Ricevimento	Mercoledì ore 15:30-17:30 e su appuntamento, da concordare per e-mail

Organizzazione della didattica				
	Totali	Didattica frontale	Pratica	Studio individuale
<b>Ore</b>	175	56		119
<b>CFU</b>	7	7		

Obiettivi formativi	
	Vengono forniti elementi di Analisi Funzionale e un avviamento a metodi variazionali moderni e a tecniche avanzate di Analisi Non Lineare. Si forniscono applicazioni allo studio di problemi variazionali lineari e non lineari, provenienti da Fisica, Geometria e Scienze Applicate. In particolare, vengono presentati alcuni teoremi di esistenza in Teoria dei Punti Critici e applicazioni allo studio di equazioni differenziali alle derivate parziali non lineari, le cui soluzioni sono riconducibili a punti critici di un opportuno funzionale definito su uno spazio di Banach.

Prerequisiti	
	Oltre alle conoscenze che in genere vengono acquisite nei primi due anni di una laurea della classe L-35, sono richiesti strumenti di base dell'Analisi Matematica moderna quali la teoria elementare degli spazi di Hilbert e degli spazi di Lebesgue.

Syllabus	
Contenuti dell'insegnamento (Programma)	Problemi variazionali in dimensione finita e in dimensione infinita. Richiami storici ai problemi variazionali classici. Problema di Didone. Problema della brachistocrona. Problema di Fermat o del tempo minimo. Principio di Dirichlet (Riemann). Controesempio di Weierstrass. Spazi funzionali. Richiami sugli spazi $C^k$ e $L^p$ . Elementi di teoria delle distribuzioni. Lo spazio $L^1_{loc}$ . Distribuzioni associate a una funzione di



	<p><math>L^1_{loc}</math>. La delta di Dirac. Derivata di una distribuzione. Interpretazione della Delta di Dirac come limite di distribuzioni. Mollificatori. Derivata di ordine superiore di una distribuzione associata a una funzione <math>L^1_{loc}</math>. Convergenza debole. Spazi di Sobolev e loro proprietà. Immersioni di Sobolev. Disuguaglianza di Poincarè.</p> <p>Problemi lineari. Elementi di teoria spettrale. Operatori simmetrici ed operatori autoaggiunti. Realizzazione autoaggiunta di Friedrichs. Realizzazioni autoaggiunte e studio delle relative proprietà spettrali per l'operatore di Laplace con dati al bordo omogenei di Dirichlet. Soluzioni deboli di problemi al contorno per equazioni ellittiche. Teoremi di regolarità.</p> <p>Calcolo differenziale su spazi di Banach. Differenziale di Fréchet, di Gâteaux, teorema del differenziale totale. Proprietà ed esempi di funzionali differenziabili. Differenziali di ordine superiore. Punti critici e punti di massimo o minimo locale. Teorema di Fermat in spazi di Banach. Teorema di Weierstrass in spazi di Banach.</p> <p>Problemi differenziali non lineari. Studio e proprietà dell'operatore di Nemytskii tra spazi di Sobolev. Teoremi sulla regolarità dell'operatore Nemytskii in spazi <math>L^p</math>. Teoremi sulla regolarità dell'operatore Nemytskii in spazi di Sobolev.</p> <p>Soluzioni deboli e formulazione variazionale di alcuni problemi differenziali non lineari. Il principio di minima azione di Hamilton. Esistenza di soluzioni deboli mediante il teorema di Weierstrass. Principio variazionale di Ekeland. La condizione di Palais-Smale e sue varianti. Teorema di esistenza del punto di minimo per funzionali definiti in spazi di Banach. Applicazioni alla ricerca di soluzioni deboli per equazioni alle derivate parziali non lineari.</p> <p>Punti critici di funzionali su varietà e studio di alcuni problemi con vincoli: problemi agli autovalori non lineari. Problemi variazionali associati a funzionali illimitati.</p> <p>Teoremi di Deformazione. Il Teorema del Passo Montano. Teorema di esistenza di tre soluzioni. Applicazioni allo studio di equazioni ellittiche non lineari su domini limitati con condizione di Dirichlet al bordo. Identità di Pohozaev. Problema critico su aperti stellati.</p> <p>Equazioni di Schrodinger non lineari in Meccanica Quantistica. Problemi ellittici in <math>R^N</math>. Lo spazio <math>H^1(R^N)</math>. Mancanza di compattezza. Immersioni di Sobolev. Disuguaglianza di Sobolev sottocritica. Lemma di Brezis-Lieb. Azione di un gruppo. Principio di Criticalità Simmetrica di Palais.</p>
Testi di riferimento	<ul style="list-style-type: none"><li>• A. Ambrosetti &amp; G. Prodi, "A Primer of Nonlinear Analysis", Cambridge University Press, Cambridge, 1993</li><li>• M. Badiale, E. Serra, "Semilinear Elliptic Equations for Beginners", Springer-Verlag 2010</li><li>• H. Brezis, "Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations", Springer, New York, 2011</li><li>• D. Costa, "An Invitation to Variational Methods in Differential Equations", Birkhäuser, Basel, 2007</li><li>• J. Mawhin, M. Willem, "Critical Point Theory and Hamiltonian Systems", Springer-Verlag, Berlin, 1989</li><li>• M. Struwe, "Variational Methods. Applications to Nonlinear Partial Differential Equations and Hamiltonian Systems" (4th Ed.), Ergeb. Math. Grenzgeb. (4) 34, Springer-Verlag, Berlin, 2008</li></ul>
Note ai testi di riferimento	
Materiali didattici	

Risultati di apprendimento previsti (secondo i Descrittori di Dublino)	
DD1 Conoscenza e capacità di comprensione	Acquisizione dei concetti fondamentali dei metodi variazionali, delle relative tecniche dimostrative e della loro applicazione allo studio di equazioni differenziali modello.
DD2 Conoscenza e capacità di comprensione applicate	Gli strumenti variazionali acquisiti si applicano allo studio di equazioni differenziali non lineari che descrivono, per esempio, problemi classici di Geometria e Fisica Matematica.
DD3-5 Competenze trasversali	<i>DD3 Autonomia di giudizio:</i> Capacità di valutare la coerenza del ragionamento logico utilizzato in una dimostrazione. Capacità di individuare i giusti strumenti matematici e le giuste tecniche per affrontare lo studio di equazioni differenziali non lineari aventi una struttura variazionale.
	<i>DD4 Abilità comunicative:</i> Acquisizione del linguaggio e del formalismo matematico avanzato, necessario per la consultazione e comprensione dei testi, l'esposizione delle conoscenze acquisite, la descrizione, l'analisi e la risoluzione di problemi variazionali.
	<i>DD5 Capacità di apprendere:</i> Acquisizione di un metodo di studio adeguato, supportato dalla consultazione dei testi e dalla risoluzione di equazioni differenziali non lineari modello.

Metodi didattici	
	La modalità di erogazione dell'insegnamento è di tipo frontale. Le lezioni verranno tenute in presenza.

Valutazione	
Modalità di verifica dell'apprendimento	L'esame consiste in un colloquio su un argomento teorico principale del programma, scelto autonomamente dalla/o studentessa/studente. Viene richiesta una applicazione allo studio di problemi variazionali non lineari.
Criteri di valutazione	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Conoscenza e capacità di comprensione:</i> acquisizione, padronanza e capacità di rielaborazione dei risultati teorici oggetto del corso.</li> <li>• <i>Conoscenza e capacità di comprensione applicate:</i> capacità di applicare le conoscenze teoriche acquisite a problemi differenziali non lineari di natura variazionale.</li> <li>• <i>Autonomia di giudizio:</i> approccio critico ai concetti, capacità di scelta dei metodi utili alla risoluzione di problemi differenziali.</li> <li>• <i>Abilità comunicative:</i> padronanza del linguaggio dell'analisi non lineare e della teoria dei punti critici.</li> <li>• <i>Capacità di apprendere:</i> capacità di organizzazione delle conoscenze e di approfondimento autonomo.</li> </ul>
Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	Il voto finale è attribuito in trentesimi. L'esame si intende superato se il voto finale è maggiore o uguale a 18/30. La valutazione della prova orale è basata sul raggiungimento degli obiettivi di apprendimento previsti. Per raggiungere una valutazione elevata la/lo studentessa/studente deve avere sviluppato autonomia di giudizio, adeguata comprensione degli argomenti principali del corso e capacità di esposizione. La Lode viene attribuita in caso di ulteriore approfondimento su qualche argomento del programma.

Ulteriori informazioni	
	La presenza alle lezioni è fortemente consigliata.