

Informazioni generali		Anno accademico 2022-2023
Denominazione dell'insegnamento	Analisi Non Lineare	
Corso di studio	Matematica (L-35)	
Anno di corso	Terzo	
Periodo di erogazione	Secondo semestre (27 febbraio 2023 – 26 maggio 2023)	
Crediti formativi universitari (CFU)	7	
Settore scientifico disciplinare (SSD)	MAT/05 – Analisi Matematica	
Lingua di erogazione	Italiano	
Obbligo di frequenza	No	

Docenti	
Nome e cognome	Silvia Cingolani
E-mail	silvia.cingolani@uniba.it
Telefono	+39 080 544 2660
Sede	Dipartimento di Matematica, stanza 11 secondo piano
Sede virtuale	Microsoft Teams codice: Or12gl7
Pagina web	https://www.dm.uniba.it/members/cingolani
Orario e modalità di ricevimento	Mercoledì ore 15:30-17:30 e su appuntamento, da concordare per e-mail; in presenza o in remoto

Syllabus	
Obiettivi formativi	Vengono forniti elementi di Analisi Funzionale e un avviamento a metodi variazionali moderni e a tecniche avanzate di Analisi Non Lineare. Si forniscono applicazioni allo studio di problemi variazionali lineari e non lineari, provenienti da Fisica, Geometria e Scienze Applicate. In particolare vengono presentati alcuni teoremi di esistenza in Teoria dei Punti Critici e applicazioni allo studio di equazioni differenziali alle derivate parziali non lineari, le cui soluzioni sono riconducibili a punti critici di un opportuno funzionale definito su uno spazio di Banach.
Prerequisiti	Oltre alle conoscenze che in genere vengono acquisite nei primi due anni di una laurea della classe L-35, sono richiesti strumenti di base dell'analisi matematica moderna quali la teoria elementare degli spazi di Hilbert e degli spazi di Lebesgue.
Contenuti dell'insegnamento	Spazi funzionali. Richiami sugli spazi C^k e L^p . Elementi di teoria delle distribuzioni. Convergenza debole. Spazi di Sobolev e loro proprietà. Immersioni di Sobolev. Disuguaglianza di Poincaré. Problemi lineari. Elementi di teoria spettrale. Operatori simmetrici ed operatori autoaggiunti. Realizzazione autoaggiunta di Friedrichs. Realizzazioni autoaggiunte e studio delle relative proprietà spettrali per l'operatore di Laplace con dati al bordo omogenei di Dirichlet. Soluzioni deboli di problemi al contorno per equazioni ellittiche. Teoremi di regolarità. Calcolo differenziale su spazi di Banach. Differenziale di Fréchet, di Gâteaux, teorema del differenziale totale. Proprietà ed esempi di funzionali differenziabili. Differenziali di ordine superiore. Punti critici e punti di massimo o minimo locale. Teorema di Fermat in spazi di Banach. Teorema di Weierstrass in spazi di Banach. Problemi differenziali non lineari. Studio e proprietà dell'operatore di Nemytskii tra spazi di Sobolev. Soluzioni deboli e formulazione variazionale di alcuni problemi differenziali non lineari. Il principio di minima azione di Hamilton. Esistenza di soluzioni deboli mediante il teorema di Weierstrass.

	<p>Principio variazionale di Ekeland. Punti critici di funzionali su varietà e studio di alcuni problemi con vincoli: problemi al contorno ellittici non omogenei, sistemi dinamici su varietà e loro traiettorie congiungenti due dati punti, problemi agli autovalori non lineari. Problemi variazionali con funzionali non limitati. La condizione di Palais-Smale e sue varianti. Teoremi di Deformazione. Il Teorema del Passo Montano. Teorema di esistenza di tre soluzioni. Applicazioni allo studio di equazioni differenziali non lineari su domini limitati ed illimitati. Mancanza di compattezza. Azione di un gruppo. Principio di criticalità simmetrica. Disuguaglianza di Sobolev sottocritica. Lemma di Brezis-Lieb. Equazioni di Schrodinger non lineari in Meccanica Quantistica.</p>
Testi di riferimento	<ul style="list-style-type: none"> • A. Ambrosetti & G. Prodi, "A Primer of Nonlinear Analysis", Cambridge University Press, Cambridge, 1993 • M. Badiale, E. Serra, "Semilinear Elliptic Equations for Beginners", Springer-Verlag 2010 • H. Brezis, "Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations", Springer, New York, 2011 • D. Costa, "An Invitation to Variational Methods in Differential Equations", Birkhäuser, Basel, 2007 • J. Mawhin, M. Willem, "Critical Point Theory and Hamiltonian Systems", Springer-Verlag, Berlin, 1989 • M. Struwe, "Variational Methods. Applications to Nonlinear Partial Differential Equations and Hamiltonian Systems" (4th Ed.), Ergeb. Math. Grenzgeb. (4) 34, Springer-Verlag, Berlin, 2008
Ulteriore materiale didattico	

Organizzazione della didattica				
	Totali	Didattica frontale	Pratica (esercitazioni/laboratori/ seminari/altro)	Studio individuale
Ore	175	56		119
CFU	7	7		

Metodi didattici	
	Lezioni in aula

Risultati di apprendimento previsti	
Conoscenza e capacità di comprensione	Acquisizione dei concetti fondamentali dei metodi variazionali, delle relative tecniche dimostrative e della loro applicazione allo studio di equazioni differenziali modello.
Conoscenza e capacità di comprensione applicate	Gli strumenti variazionali acquisiti si applicano allo studio di equazioni differenziali non lineari che descrivono, per esempio, problemi classici di Geometria e Fisica Matematica.
Autonomia di giudizio	Capacità di valutare la coerenza del ragionamento logico utilizzato in una dimostrazione. Capacità di individuare i giusti strumenti matematici e le giuste tecniche per affrontare lo studio di equazioni differenziali non lineari aventi una struttura variazionale.
Abilità comunicative	Acquisizione del linguaggio e del formalismo matematico avanzato, necessario per la consultazione e comprensione dei testi, l'esposizione delle conoscenze acquisite, la descrizione, l'analisi e la risoluzione di problemi variazionali.



Capacità di apprendere	Acquisizione di un metodo di studio adeguato, supportato dalla consultazione dei testi e dalla risoluzione di equazioni differenziali non lineari modello.
-------------------------------	--

Valutazione	
Modalità di verifica dell'apprendimento	L'esame consiste in una prova orale, a partire dalla presentazione di un argomento a scelta dello studente.
Criteri di valutazione	<ul style="list-style-type: none">• <i>Conoscenza e capacità di comprensione</i>: acquisizione, padronanza e capacità di rielaborazione dei risultati teorici oggetto del corso;• <i>Conoscenza e capacità di comprensione applicate</i>: capacità di applicare le conoscenze teoriche acquisite a problemi differenziali non lineare di natura variazionale;• <i>Autonomia di giudizio</i>: approccio critico ai concetti, capacità di scelta dei metodi utili alla risoluzione di problemi differenziali;• <i>Abilità comunicative</i>: padronanza del linguaggio dell'analisi non lineare e della teoria dei punti critici;• <i>Capacità di apprendere</i>: capacità di organizzazione delle conoscenze e di approfondimento autonomo.
Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	Il voto finale è attribuito in trentesimi. L'esame si intende superato se il voto finale è maggiore o uguale a 18/30.

Ulteriori informazioni	
	La frequenza è fortemente consigliata.