

**CORSO DI STUDIO**                    **LAUREA IN MATEMATICA (L-35)**  
**ANNO ACCADEMICO**                **2023-2024**  
**INSEGNAMENTO**                    **ANALISI MATEMATICA 1**

Principali informazioni sull'insegnamento	
Anno di corso	Primo
Periodo di erogazione	Primo semestre (2 ottobre 2023 – 15 gennaio 2024)
Crediti formativi universitari (CFU)	8
Settore scientifico disciplinare (SSD)	MAT/05 – Analisi Matematica
Lingua di erogazione	Italiano
Modalità di frequenza	Facoltativa

Docenti		
Nome e cognome	Silvia Cingolani (titolare)	Gabriele Mancini
Indirizzo mail	silvia.cingolani@uniba.it	gabriele.mancini@uniba.it
Telefono	+39 080 544 2660	+39 080 544 2676
Sede	Dipartimento di Matematica stanza 11 secondo piano	Dipartimento di Matematica stanza 30 secondo piano
Sede virtuale	Microsoft Teams, codice keflfij	Microsoft Teams, codice keflfij
Pagina web	<a href="https://www.dm.uniba.it/it/membres/cingolani">https://www.dm.uniba.it/it/membres/cingolani</a>	<a href="https://www.dm.uniba.it/it/membres/mancini">https://www.dm.uniba.it/it/membres/mancini</a>
Ricevimento	Mercoledì ore 15:30-17:30 e su appuntamento da concordare per mail	Lunedì 14:30 – 16:30

Organizzazione della didattica				
	Totali	Didattica frontale	Pratica (esercitazioni/tutorato)	Studio individuale
<b>Ore</b>	200	40	30+25	105
<b>CFU</b>	8	5	2+1	

Obiettivi formativi	
	Acquisizione delle nozioni di base dell'Analisi Matematica, con particolare riferimento alla struttura dell'insieme dei numeri reali, alle successioni di numeri reali, alle funzioni reali di variabile reale, alla teoria dei limiti per successioni e funzioni.

Prerequisiti	
	Sono prerequisiti le nozioni di base di teoria degli insiemi e di logica matematica ed in generale le conoscenze preliminari previste dal Syllabus del Corso di Laurea in Matematica <a href="https://www.dm.uniba.it/it/didattica/cds-matematica/aa-2023-2024/prova-valutazione/syllabus.pdf">https://www.dm.uniba.it/it/didattica/cds-matematica/aa-2023-2024/prova-valutazione/syllabus.pdf</a> .

Syllabus	
Contenuti dell'insegnamento (Programma)	<b>I numeri reali.</b> Generalità sugli insiemi. Inclusione, unione, intersezione, complementare e prodotto cartesiano. Relazioni d'ordine. I numeri reali. Assiomi dei numeri reali. Retta reale. Completezza. Valore assoluto e



distanza euclidea. Maggiorante, minorante, massimo e minimo di un sottoinsieme di  $\mathbb{R}$ . Insiemi limitati superiormente o inferiormente. Teorema di esistenza dell'estremo superiore e inferiore. Caratterizzazione dell'estremo superiore e dell'estremo inferiore. Intervalli di  $\mathbb{R}$  e caratterizzazione. Insiemi induttivi. Insieme dei numeri naturali  $\mathbb{N}$ : intersezione di tutti gli insiemi induttivi di  $\mathbb{R}$ . Principio di Induzione. Principio di Induzione generalizzato e per predicati. Disuguaglianza di Bernoulli. La somma e il prodotto in  $\mathbb{N}$ . Teorema sulla discretezza di  $\mathbb{N}$ . Teorema sulla illimitatezza superiore di  $\mathbb{N}$ . Proprietà archimedeo di  $\mathbb{R}$ . Principio del minimo intero in  $\mathbb{N}$ . Numeri interi  $\mathbb{Z}$ , razionali  $\mathbb{Q}$  e loro strutture. Teorema di densità di  $\mathbb{Q}$  in  $\mathbb{R}$ . Proposizione sulla incommensurabilità della diagonale del quadrato unitario. Incompletezza di  $\mathbb{Q}$ . Elementi di Calcolo Combinatorio e Binomio di Newton. Teorema di esistenza della radice  $n$ -esima. Teorema di densità degli irrazionali in  $\mathbb{R}$ . Potenze razionali e reali e proprietà. Generalità sulle funzioni. Funzioni iniettive, surgettive, bigettive. Funzioni composte. Funzioni invertibili e loro inverse. Cardinalità di un insieme. Insiemi equipotenti. Insiemi finiti ed insiemi infiniti. Insiemi numerabili. Proprietà sulla cardinalità degli insiemi unione, intersezione e prodotto. Cardinalità dell'insieme delle parti di un insieme finito. Teorema di Cantor sulla cardinalità di insiemi infiniti.  $\mathbb{R}$  non è numerabile. Potenza del continuo. Topologia in  $\mathbb{R}$ . Punti interni, esterni e di frontiera di un sottoinsieme di  $\mathbb{R}$ . Frontiera di un insieme. Insiemi aperti e chiusi di  $\mathbb{R}$ . Punti isolati. Ampliamento di  $\mathbb{R}$ . Punti di aderenza e punti di accumulazione di un sottoinsieme di  $\mathbb{R}$ . Numeri complessi. Principio di identità dei numeri complessi. Potenze complesse e Radici  $n$ -esime. Applicazioni allo studio di equazioni complesse.

**Successioni numeriche.** Successioni numeriche monotone. Successioni limitate superiormente ed inferiormente. Estremo superiore e inferiore di una successione. Limite di successioni. Teorema sull'unicità del limite. Successioni regolari e loro limiti. Successioni infinitesime. Ogni successione convergente è limitata. Teorema della permanenza del segno per successioni. Somma e differenza tra successioni regolari. Operazioni tra limiti di successioni. Teoremi del confronto per successioni convergenti. Teorema del confronto per successioni divergenti. Teorema della convergenza obbligata per successioni. Teorema sul limite del prodotto di successioni. Teorema sul limite della successione reciproca. Teorema sul limite del quoziente di successioni. Teorema sulla regolarità delle successioni monotone. Numero di Nepero. Successioni estratte da una successione. Teorema sul limite delle successioni estratte. Valori di aderenza di una successione. Massimo e minimo limite di una successione e loro proprietà caratteristiche. Caratterizzazione del massimo limite e del minimo limite di una successione. Teorema sul massimo (risp. minimo) limite di una successione come il più grande (risp. il più piccolo) valore di aderenza. Teorema di Bolzano-Weierstrass. Insiemi chiusi e loro caratterizzazione. Insiemi compatti di  $\mathbb{R}$  e loro caratterizzazione. Successioni di Cauchy. Criterio di convergenza di Cauchy. Criterio del rapporto per limiti di successioni. Criteri di Cesaro (media aritmetica e geometrica, radice ennesima). Successioni definite per ricorrenza.

**Funzioni reali e Limiti.** Funzioni limitate. Funzioni monotone, funzioni pari o dispari, funzioni periodiche. Costruzione di alcune funzioni elementari, proprietà e grafici. Operazioni elementari sui grafici di funzione. Disequazioni intere, razionali, irrazionali trascendenti. Limiti di funzioni e

	<p>primi teoremi sui limiti. Legami tra limiti di funzioni e limiti di successioni. Limiti a sinistra, a destra. Limiti di funzioni monotone. Locale limitatezza delle funzioni convergenti. Carattere locale del limite e proposizioni. Teorema della permanenza del segno e corollari. Teorema della convergenza obbligata e del confronto. Limiti delle funzioni elementari. Teorema sul limite della funzione composta. Minimo limite e massimo limite di una funzione. Criterio di convergenza di Cauchy. I limiti notevoli. Infiniti e infinitesimi. Ordini. Principio di sostituzione degli infiniti ed infinitesimi.</p> <p><b>Funzioni continue.</b> Funzioni continue e loro proprietà elementari. Caratterizzazione della continuità mediante la sequenziale continuità. Teorema della permanenza del segno per funzioni continue. Operazioni tra funzioni continue. Teorema sul limite della composta di funzioni continue. Punti di salto, oscillazioni, prolungamento per continuità. Teorema degli zeri. Teorema di Bolzano. Applicazioni allo studio di equazioni trascendenti. Corollario del Teorema di Bolzano: ogni funzione continua manda intervalli in intervalli. Teorema dei valori intermedi. Teorema sulla continuità per funzioni monotone. Continuità dell'inversa di una funzione continua. Teorema di Weierstrass. Funzioni semicontinue superiormente ed inferiormente. Teorema di Weierstrass generalizzato.</p>
Testi di riferimento	<p>E. Acerbi, G. Buttazzo, Primo corso di Analisi Matematica, Pitagora Editore E. Giusti, Analisi Matematica 1, Bollati Boringhieri Editore P. Marcellini, C. Sbordone, Analisi Matematica uno, Liguori Editore E. Giusti, Esercitazioni e complementi di Analisi Matematica 1, Bollati Boringhieri Editore P. Marcellini, C. Sbordone, Esercitazioni di Analisi Matematica, Vol 1, (Parte 1, Parte 2), Liguori Editore</p>
Note ai testi di riferimento	
Materiali didattici	<p>Materiale didattico caricato su piattaforma Microsoft Teams.</p>

Risultati di apprendimento previsti (secondo i Descrittori di Dublino)	
DD1 Conoscenza e capacità di comprensione	<p>Acquisizione di concetti di base dell'Analisi Matematica. Acquisizione delle relative tecniche dimostrative.</p>
DD2 Conoscenza e capacità di comprensione applicate	<p>Le conoscenze teoriche acquisite costituiscono la base necessaria per la comprensione e l'utilizzo delle tecniche da usare nelle applicazioni della Matematica.</p>
DD3-5 Competenze trasversali	<p><i>DD3 Autonomia di giudizio:</i> Capacità di valutazione della coerenza del ragionamento logico nelle dimostrazioni e capacità di scelta di strumenti matematici adeguati alla complessità dei problemi da risolvere.</p>
	<p><i>DD4 Abilità comunicative:</i> Acquisizione delle basi del linguaggio e del formalismo matematico, necessarie sia per la consultazione e la comprensione dei testi che per l'esposizione, l'analisi e la risoluzione dei problemi.</p>
	<p><i>DD5 Capacità di apprendere:</i> Acquisizione di un metodo di studio adeguato che si avvalga sistematicamente della consultazione dei testi e dell'impegno alla risoluzione di esercizi e quesiti sui contenuti del corso.</p>
Metodi didattici	
	<p>La modalità di erogazione dell'insegnamento è di tipo frontale. Le lezioni e le esercitazioni verranno tenute in presenza. Dopo ciascuna esercitazione verrà reso disponibile tramite la piattaforma Microsoft Teams</p>

	del materiale didattico di supporto. Alla fine del corso si terrà in aula una simulazione della prova scritta di esame.
--	---

Valutazione	
Modalità di verifica dell'apprendimento	La verifica consiste in una prova scritta e in una successiva prova orale. La prova scritta prevede un numero prefissato di esercizi inerenti gli argomenti principali del programma. Ha una durata di circa due ore. Vengono messi a disposizione delle/degli studentesse/studenti le prove scritte degli appelli precedenti tramite la piattaforma MT. La prova orale prevede un colloquio inerente i risultati teorici principali del programma.
Criteri di valutazione	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Conoscenza e capacità di comprensione</i>: acquisizione e padronanza delle definizioni e dei risultati teorici oggetto del corso.</li> <li>• <i>Conoscenza e capacità di comprensione applicate</i>: capacità di applicare le conoscenze teoriche acquisite allo studio di successioni numeriche e funzioni reali; capacità di risoluzione di equazioni in campo complesso.</li> <li>• <i>Autonomia di giudizio</i>: approccio critico ai concetti, capacità di scelta dei metodi dell'Analisi Matematica utili allo studio di successioni numeriche e di funzioni reali e alla risoluzione di equazioni in campo complesso.</li> <li>• <i>Abilità comunicative</i>: padronanza del linguaggio dell'Analisi Matematica, qualità dell'esposizione.</li> <li>• <i>Capacità di apprendere</i>: capacità di organizzazione delle conoscenze, di ragionamento critico e di eventuale approfondimento autonomo.</li> </ul>
Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	L'esame consiste in una prova scritta e in una successiva prova orale. Il superamento della prova scritta prevede che la/lo studentessa/studente sia in grado di svolgere correttamente gli esercizi proposti sugli argomenti principali del programma o almeno una parte di essi. A ciascun esercizio della prova scritta viene attribuito un punteggio e la prova risulta approvata se il punteggio finale è maggiore o uguale a 18/30. La valutazione della prova scritta è basata sul raggiungimento degli obiettivi di apprendimento previsti. Dopo aver superato la prova scritta, la/lo studentessa/studente sostiene la prova orale, che risulta approvata se il punteggio finale è maggiore o uguale a 18/30. La/lo studentessa/studente deve mostrare padronanza del linguaggio, rigore metodologico e di aver acquisito le nozioni e i concetti fondamentali del corso. La valutazione è basata sul raggiungimento degli obiettivi di apprendimento previsti. Per raggiungere una valutazione elevata la studentessa/studente deve avere sviluppato autonomia di giudizio e adeguata capacità di argomentazione ed esposizione. La prova scritta e la prova orale hanno uguale valore. L'esame è superato se entrambe le prove sono superate. Il voto finale dell'esame esprime la valutazione complessiva della prova scritta e della prova orale. È attribuito in trentesimi e l'esame si intende superato se il voto finale è maggiore o uguale a 18/30. La Lode viene attribuita in caso di ulteriore approfondimento su qualche argomento del programma.

Ulteriori informazioni	
	La frequenza delle lezioni ed esercitazioni è fortemente consigliata. Nell'ambito del corso di Analisi Matematica 1 è pre visto un tutorato di 25 ore che verrà tenuto in aula dalla Prof.ssa Elvira Mirenghi (elvira.mirenghi@uniba.it, telefono +39 080 5442675, stanza 29, secondo piano, Dipartimento di Matematica). La frequenza delle lezioni di tutorato è fortemente consigliata e verrà rilevata anche la presenza in aula.