

<b>CORSO DI STUDIO</b>	<b>LAUREA IN MATEMATICA (L-35)</b>
<b>ANNO ACCADEMICO</b>	<b>2023-2024</b>
<b>INSEGNAMENTO</b>	<b>ANALISI MATEMATICA 4</b>

Principali informazioni sull'insegnamento	
Anno di corso	Secondo
Periodo di erogazione	Secondo semestre (26 febbraio 2024 – 31 maggio 2024)
Crediti formativi universitari (CFU)	8
Settore scientifico disciplinare (SSD)	MAT/05 – Analisi Matematica
Lingua di erogazione	Italiano
Modalità di frequenza	Facoltativa

Docenti		
Nome e cognome	Anna Maria Candela (titolare)	Elvira Mirengi
Indirizzo mail	annamaria.candela@uniba.it	elvira.mirengi@uniba.it
Telefono	+39 080 544 2669	+39 080 544 2675
Sede	Dipartimento di Matematica stanza 20 secondo piano	Dipartimento di Matematica stanza 29 secondo piano
Sede virtuale	Microsoft Teams, codice tpkfion	
Pagina web	<a href="https://www.dm.uniba.it/it/membres/candela">https://www.dm.uniba.it/it/membres/candela</a>	<a href="https://www.dm.uniba.it/it/membres/mirengi">https://www.dm.uniba.it/it/membres/mirengi</a>
Ricevimento	Il ricevimento studenti, in presenza o in remoto, si ha su appuntamento da prendere via e-mail.	Il ricevimento studenti, in presenza o in remoto, si ha su appuntamento da prendere via e-mail.

Organizzazione della didattica				
	Totali	Didattica frontale	Pratica (esercitazioni)	Studio individuale
<b>Ore</b>	200	48	30	122
<b>CFU</b>	8	6	2	

Obiettivi formativi	
	Acquisizione di ulteriori conoscenze e strumenti di base dell'Analisi Matematica classica, con particolare riferimento alla teoria degli integrali curvilinei e di superficie, alle equazioni differenziali ordinarie e al loro studio qualitativo, alla teoria dell'integrazione secondo Lebesgue per funzioni di più variabili, alla teoria delle forme differenziali con le loro applicazioni.

Prerequisiti	
	Le conoscenze che in genere vengono acquisite nel primo anno e nel primo semestre del secondo anno di una laurea della classe L-35. In particolare: Analisi Matematica classica per funzioni reali di una variabile reale (calcolo differenziale e calcolo integrale), curve e funzioni in più variabili, spazi metrici e spazi normati, Algebra lineare e matriciale, Geometria Analitica nel piano e nello spazio.

Syllabus	
Contenuti dell'insegnamento (Programma)	<b>Integrali curvilinei</b> Integrali curvilinei di una funzione, sue proprietà e applicazioni.



***Elementi di Teoria della misura di Peano-Jordan e dell'integrale di Riemann***

Cenni su plurintervalli di  $\mathbb{R}^N$  e insiemi misurabili secondo Peano-Jordan (limitati e non limitati). Proprietà della misura di Peano-Jordan. Misura di spazi prodotto. Cenni sugli integrali secondo Riemann in insiemi misurabili limitati e non limitati. Cilindroide. Integrazione in spazi prodotto. Baricentro. Insiemi normali e formule di riduzione per integrali multipli. Cambiamento di variabili per integrali multipli.

***Forme differenziali lineari***

Campi vettoriali e forme differenziali lineari. Forme differenziali esatte, primitive e loro proprietà. Integrale curvilineo di una forma differenziale. Significato fisico: campi conservativi, potenziale, lavoro. Criteri di integrabilità per forme differenziali. Forme differenziali chiuse e campi irrotazionali. Legame tra forme differenziali chiuse e forme differenziali esatte. Forme differenziali chiuse in aperti stellati. Forme differenziali chiuse positivamente omogenee. Formule di Gauss-Green nel piano. Forme differenziali chiuse in aperti semplicemente connessi.

***Teoria della misura e dell'integrale di Lebesgue***

Insiemi misurabili secondo Lebesgue e proprietà della misura di Lebesgue. Funzioni misurabili secondo Lebesgue e loro proprietà. L'integrale di Lebesgue per funzioni semplici, per funzioni misurabili positive e per funzioni sommabili. Proprietà dell'integrale di Lebesgue. Teorema di Vitali-Lebesgue. Teorema di Beppo-Levi della convergenza monotona. Lemma di Fatou. Teorema della convergenza dominata di Lebesgue.

***Equazioni differenziali ordinarie***

Introduzione alle equazioni differenziali ordinarie. Equazioni differenziali in forma normale e problemi di Cauchy. Teorema di Peano. Il pennello di Peano. Teorema di esistenza e unicità in piccolo e in grande per equazioni in forma normale. Prolungabilità delle soluzioni e intervallo massimale delle soluzioni. Caso sottolineare. Integrali generali, particolari e singolari. Problema ai limiti. Equivalenza di una equazione differenziale di ordine  $n$  con un opportuno sistema di equazioni differenziali del primo ordine. Sistemi di equazioni differenziali lineari del primo ordine: esistenza e unicità in grande della soluzione. Wronskiano di  $n$  soluzioni e sue proprietà. Dimensione dello spazio vettoriale delle soluzioni di un sistema differenziale del primo ordine lineare omogeneo. Integrale generale di un sistema lineare completo di equazioni differenziali del primo ordine. Metodo di Lagrange per la determinazione di un integrale particolare. Equazioni differenziali lineari di ordine  $n$  a coefficienti costanti: equazione caratteristica. Soluzioni linearmente indipendenti per equazioni differenziali a coefficienti costanti note le radici dell'equazione caratteristica. Equazioni differenziali di ordine  $n$  a coefficienti variabili. Metodi di risoluzione per i seguenti tipi di equazioni differenziali del primo ordine: a variabili separabili, di Manfredo (o omogenee), del tipo  $y' = f\left(\frac{ax+by+c}{a'x+b'y+c'}\right)$ , lineari, di Bernoulli, di Clairaut, di Lagrange, a fattore integrante. Equazioni differenziali del secondo ordine riconducibili a equazioni del primo ordine. Abbassamento dell'ordine di un'equazione differenziale. Equazioni differenziali lineari di ordine  $n$  a coefficienti costanti. Equazioni di Eulero. Semplici sistemi di equazioni differenziali lineari. Analisi qualitativa delle soluzioni.

***Superfici e integrali di superficie***

Superfici parametriche in  $\mathbb{R}^3$ : proprietà ed esempi. Punti singolari e regolari. Piano tangente e versore normale. Superfici regolari. Area di una superficie regolare. Area di superfici di rotazione. Integrale di superficie di una funzione. Superfici orientate. Flusso di un campo vettoriale attraverso una

	<p>superficie. Teorema della divergenza (o di Gauss) in <math>\mathbb{R}^3</math>. Teorema di Stokes (o del rotore).</p> <p><b>Ipersuperfici in <math>\mathbb{R}^N</math></b></p> <p>Varietà k-dimensionali e ipersuperfici in <math>\mathbb{R}^N</math>. Spazio tangente e spazio normale a una varietà. Misura e integrazione sulle varietà k-dimensionali di <math>\mathbb{R}^N</math>. Teorema della divergenza in <math>\mathbb{R}^N</math>.</p>
Testi di riferimento	<ul style="list-style-type: none"> <li>• N. Fusco - P. Marcellini – C. Sbordone, Lezioni di Analisi Matematica Due, Zanichelli Ed., Bologna, 2020. (Capitoli 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12)</li> <li>• F. Gazzola, Analisi Matematica 2, Società Ed. Esculapio, Bologna 2022</li> <li>• P. Marcellini – C. Sbordone, Esercitazioni di Analisi Matematica Due, Prima parte, Zanichelli Ed., Bologna, 2018</li> <li>• P. Marcellini – C. Sbordone, Esercitazioni di Analisi Matematica Due, Seconda parte, Zanichelli Ed., Bologna, 2018</li> </ul>
Note ai testi di riferimento	<p>Si consiglia di integrare i libri di testo con gli appunti presi a lezione.</p> <p>I testi di riferimento possono anche essere sostituiti da altri libri di Analisi Matematica che trattano gli argomenti del programma.</p> <p>Se si utilizzano appunti reperiti da internet, si consiglia un controllo accurato delle fonti.</p>
Materiali didattici	Appunti delle docenti sono disponibili su richiesta.

Risultati di apprendimento previsti (secondo i Descrittori di Dublino)	
DD1 Conoscenza e capacità di comprensione	Acquisizione dei concetti fondamentali dell'Analisi Matematica classica e delle relative tecniche dimostrative.
DD2 Conoscenza e capacità di comprensione applicate	Gli strumenti matematici acquisiti si utilizzano in vasta parte della Matematica e delle sue applicazioni.
DD3-5 Competenze trasversali	<p><b>DD3 Autonomia di giudizio:</b> Capacità di valutare la coerenza del ragionamento logico utilizzato in una dimostrazione. Capacità di individuare i giusti strumenti matematici e le giuste tecniche per affrontare problemi matematici complessi.</p>
	<p><b>DD4 Abilità comunicative:</b> Acquisizione del linguaggio e del formalismo matematico avanzato, necessario per la consultazione e comprensione dei testi, l'esposizione delle conoscenze acquisite, la descrizione, l'analisi e la risoluzione dei problemi.</p>
	<p><b>DD5 Capacità di apprendere:</b> Acquisizione di un metodo di studio adeguato, supportato dalla consultazione dei testi e dalla risoluzione di problemi.</p>

Metodi didattici	
	<p>Didattica frontale completa di esercitazioni che prevedono lo svolgimento di esercizi il cui scopo è far acquisire la capacità di applicare i concetti teorici. Le lezioni sono tenute in presenza o comunque secondo le delibere del Senato Accademico.</p>

Valutazione	
Modalità di verifica dell'apprendimento	<p>L'esame finale prevede:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• una prova scritta a risposte aperte, della durata minima di due ore,</li> <li>• una prova orale.</li> </ul> <p>Le valutazioni di entrambe le parti concorreranno a determinare il voto finale. Il risultato della prova scritta, che è propedeutica alla prova orale, sarà comunicato via mail o direttamente dal docente o attraverso la piattaforma ESSE3.</p>
Criteri di valutazione	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Conoscenza e capacità di comprensione:</b> acquisizione e padronanza delle definizioni e dei risultati teorici oggetto del corso.</li> </ul>



	<ul style="list-style-type: none"><li>• <i>Conoscenza e capacità di comprensione applicate</i>: capacità di applicare le conoscenze teoriche acquisite per: calcolare integrali curvilinei e integrali multipli, studiare le proprietà di una forma differenziale lineare, risolvere equazioni/sistemi di equazioni differenziali ordinarie e relativi problemi di Cauchy, calcolare gli integrali di superficie di una funzione.</li><li>• <i>Autonomia di giudizio</i>: approccio critico ai concetti, mostrando coerenza nel ragionamento logico utilizzato in una dimostrazione e individuando i giusti strumenti matematici e le giuste tecniche per affrontare problemi matematici complessi.</li><li>• <i>Abilità comunicative</i>: padronanza del corretto linguaggio matematico manifestato dalla capacità di enunciare e dimostrare teoremi in modo chiaro e completo.</li><li>• <i>Capacità di apprendere</i>: possesso di un metodo di studio adeguato, dimostrato dalla padronanza dei concetti principali, dalla coerenza nel ragionamento logico e dalla risoluzione di problemi, eventualmente arricchito da un approfondimento autonomo degli argomenti trattati.</li></ul>
Criteria di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	Il voto finale, determinato sia dalla prova scritta che da quella orale, è attribuito in trentesimi. L'esame si intende superato quando il voto finale è maggiore o uguale a 18/30. Per accedere alla prova orale bisogna aver superato la prova scritta con una votazione minima di 15/30.

Ulteriori informazioni	
	La frequenza delle lezioni è vivamente consigliata.