

<b>CORSO DI STUDIO</b>	<b>LAUREA IN MATEMATICA (L-35)</b>
<b>ANNO ACCADEMICO</b>	<b>2023-2024</b>
<b>INSEGNAMENTO</b>	<b>ANALISI MATEMATICA 3</b>

Principali informazioni sull'insegnamento	
Anno di corso	Secondo
Periodo di erogazione	Primo semestre (25 settembre 2023 – 22 dicembre 2023)
Crediti formativi universitari (CFU)	8
Settore scientifico disciplinare (SSD)	MAT/05 – Analisi Matematica
Lingua di erogazione	Italiano
Modalità di frequenza	Facoltativa

Docenti		
Nome e cognome	Anna Maria Candela (titolare)	Elvira Mirengi
Indirizzo mail	annamaria.candela@uniba.it	elvira.mirengi@uniba.it
Telefono	+39 080 544 2669	+39 080 544 2675
Sede	Dipartimento di Matematica stanza 20 secondo piano	Dipartimento di Matematica stanza 29 secondo piano
Sede virtuale	Microsoft Teams, codice tpkfion	
Pagina web	<a href="https://www.dm.uniba.it/it/members/candela">https://www.dm.uniba.it/it/members/candela</a>	<a href="https://www.dm.uniba.it/it/members/mirengi">https://www.dm.uniba.it/it/members/mirengi</a>
Ricevimento	Il ricevimento studenti, in presenza o in remoto, si ha su appuntamento da prendere via e-mail.	Il ricevimento studenti, in presenza o in remoto, si ha su appuntamento da prendere via e-mail.

Organizzazione della didattica				
	Totali	Didattica frontale	Pratica (esercitazioni)	Studio individuale
<b>Ore</b>	200	48	30	122
<b>CFU</b>	8	6	2	

Obiettivi formativi	
	Acquisizione di ulteriori conoscenze e strumenti di base dell'Analisi Matematica classica, con particolare riferimento a successioni e serie di funzioni, alla teoria elementare degli spazi metrici e degli spazi normati, ai fondamenti dell'Analisi Matematica per curve e funzioni di più variabili.

Prerequisiti	
	Le conoscenze che in genere vengono acquisite nel primo anno di una laurea della classe L-35. In particolare: Analisi Matematica classica per funzioni reali di una variabile reale (calcolo differenziale e calcolo integrale), algebra lineare e matriciale, geometria analitica.

Syllabus	
Contenuti dell'insegnamento (Programma)	<b>Successioni e serie di funzioni</b> Successioni di funzioni: convergenza puntuale e uniforme. Teorema sull'inversione dei limiti. Teorema sulla continuità del limite. Criterio di uniforme convergenza di Cauchy. Teorema di passaggio al limite sotto il segno di integrale. Teorema di passaggio al limite sotto il segno di derivata.



Serie di funzioni: convergenza puntuale, uniforme e totale. Criterio di uniforme convergenza di Cauchy. Teorema di integrazione termine a termine. Teorema di derivazione termine a termine. Proprietà della funzione somma.

Serie di potenze e insieme di convergenza. Raggio di convergenza e sua caratterizzazione. Criterio di Cauchy-Hadamard o della radice. Criterio di D'Alembert o del rapporto. Teorema di Abel. Raggio di convergenza della serie derivata. Teorema di derivazione e di integrazione delle serie di potenze. Serie di Taylor e funzioni sviluppabili in serie di Taylor. Criterio di sviluppabilità in serie di Taylor. La serie binomiale. Sviluppi in serie di Taylor notevoli.

Serie di Fourier. Teorema sulla convergenza puntuale delle serie di Fourier o Criterio di Dirichlet. Teorema sulla convergenza uniforme delle serie di Fourier.

**Spazi metrici, spazi normati, lo spazio  $\mathbb{R}^N$**

Spazi metrici e distanze. Distanze equivalenti. Elementi di topologia in spazi metrici: intorni sferici, intorni, insiemi aperti, insiemi chiusi. Punti interni, esterni, di frontiera, di accumulazione, isolati. Insiemi connessi. Insiemi limitati e diametro. Successioni convergenti e di Cauchy. Spazi metrici completi. Insiemi compatti (per successioni). Limiti e continuità per funzioni tra spazi metrici. Funzioni Lipschitziane e Teorema delle Contrazioni o del punto fisso di Banach.

Richiami sugli spazi vettoriali. Vettori linearmente indipendenti e basi. Spazio duale. Lo spazio vettoriale  $\mathbb{R}^N$ . Base canonica. Funzionali lineari su  $\mathbb{R}^N$ . Applicazioni lineari da  $\mathbb{R}^N$  in  $\mathbb{R}^m$  e matrici.

Spazi normati e di Banach. Norme equivalenti. Esempi notevoli. Distanza associata a una norma e norma associata a un prodotto scalare. Funzioni limitate.

Lo spazio  $\mathbb{R}^N$  ed esempi di norme e di prodotto scalare. Disuguaglianze notevoli: di Young, di Hölder, di Minkowski. Sottoinsiemi compatti di  $\mathbb{R}^N$  e Teorema di Heine-Borel. Teorema di Weierstrass. Applicazioni uniformemente continue. Teorema di Cantor. Segmenti, poligonali, insiemi convessi, insiemi stellati, insiemi connessi di  $\mathbb{R}^N$  e loro caratterizzazione. Limiti di funzioni in  $\mathbb{R}^N$ . Funzioni continue: proprietà e teoremi principali.

**Curve**

Curve e loro rappresentazione parametrica. Curve semplici, aperte e chiuse. Curve equivalenti. Curve orientate. Curve regolari e regolari a tratti. Tangente a una curva in un punto di regolarità. Curve rettificabili e lunghezza di una curva. Rettificabilità di una curva regolare a tratti. Invarianza rispetto a cambiamenti di parametro. Ascissa curvilinea. Curvatura di una curva piana.

**Calcolo differenziale per funzioni di più variabili**

Funzioni reali in più variabili reali: derivate parziali e loro proprietà. Gradiente. Derivate successive. Teorema di Schwarz e matrice Hessiana. Derivate direzionali o di Gateaux. Differenziabilità e differenziale o derivata di Fréchet. Proprietà delle funzioni differenziabili. Teorema del differenziale totale. Teorema di derivazione delle funzioni composte. Teorema di Lagrange. Funzioni con gradiente nullo. Formula di Taylor per funzioni di più variabili. Funzioni omogenee e Teorema di Eulero. Funzioni definite mediante integrali: continuità e differenziabilità.

Funzioni vettoriali da  $\mathbb{R}^N$  in  $\mathbb{R}^m$  e matrice Jacobiana. Differenziabilità e teoremi collegati. Differenziabilità delle funzioni composte.

	<p>Richiami sulle matrici quadrate e loro autovalori. Forme quadratiche associate a una matrice simmetrica. Matrici definite, semidefinite e loro caratterizzazioni.</p> <p>Punti di massimo e di minimo relativo per funzioni di più variabili. Teorema di Fermat. Condizione necessaria del secondo ordine. Condizioni sufficienti per punti di massimo e di minimo relativo. Massimi e minimi vincolati e assoluti.</p> <p><b>Funzioni implicite e Teorema del Dini</b></p> <p>Introduzione al problema della determinazione di funzione implicite. Teorema del Dini per funzioni di due variabili. Teorema sulla derivazione delle funzioni implicite. Teorema del Dini per funzioni di più variabili. Teorema del Dini per sistemi. Problemi di massimo e di minimo vincolato e Teorema dei Moltiplicatori di Lagrange.</p>
Testi di riferimento	<ul style="list-style-type: none"> <li>• N. Fusco - P. Marcellini – C. Sbordone, Lezioni di Analisi Matematica Due, Zanichelli Ed., Bologna, 2020. (Capitoli 1, 2, 3, 6, 11)</li> <li>• F. Gazzola, Analisi Matematica 2, Società Ed. Esculapio, Bologna 2022</li> <li>• P. Marcellini – C. Sbordone, Esercitazioni di Analisi Matematica Due, Prima parte, Zanichelli Ed., Bologna, 2018</li> <li>• P. Marcellini – C. Sbordone, Esercitazioni di Analisi Matematica Due, Seconda parte, Zanichelli Ed., Bologna, 2018</li> </ul>
Note ai testi di riferimento	<p>Si consiglia di integrare i libri di testo con gli appunti presi a lezione.</p> <p>I testi di riferimento possono anche essere sostituiti da altri libri di Analisi Matematica che trattano gli argomenti del programma.</p> <p>Se si utilizzano appunti reperiti da internet, si consiglia un controllo accurato delle fonti.</p>
Materiali didattici	Appunti delle docenti sono disponibili su richiesta.

#### Risultati di apprendimento previsti (secondo i Descrittori di Dublino)

DD1 Conoscenza e capacità di comprensione	Acquisizione dei concetti fondamentali dell'Analisi Matematica classica e delle relative tecniche dimostrative.
DD2 Conoscenza e capacità di comprensione applicate	Gli strumenti matematici acquisiti si utilizzano in vasta parte della Matematica e delle sue applicazioni.
DD3-5 Competenze trasversali	<i>DD3 Autonomia di giudizio:</i> Capacità di valutare la coerenza del ragionamento logico utilizzato in una dimostrazione. Capacità di individuare i giusti strumenti matematici e le giuste tecniche per affrontare problemi matematici complessi.
	<i>DD4 Abilità comunicative:</i> Acquisizione del linguaggio e del formalismo matematico avanzato, necessario per la consultazione e comprensione dei testi, l'esposizione delle conoscenze acquisite, la descrizione, l'analisi e la risoluzione dei problemi.
	<i>DD5 Capacità di apprendere:</i> Acquisizione di un metodo di studio adeguato, supportato dalla consultazione dei testi e dalla risoluzione di problemi.

#### Metodi didattici

	<p>Didattica frontale completa di esercitazioni che prevedono lo svolgimento di esercizi il cui scopo è far acquisire la capacità di applicare i concetti teorici.</p> <p>Le lezioni sono tenute in presenza o comunque secondo le delibere del Senato Accademico.</p>
--	--

#### Valutazione

Modalità di verifica dell'apprendimento	<p>L'esame finale prevede:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• una prova scritta a risposte aperte, della durata minima di due ore,</li> </ul>
---	---



	<ul style="list-style-type: none"><li>• una prova orale.</li></ul> <p>Le valutazioni di entrambe le parti concorreranno a determinare il voto finale. Il risultato della prova scritta, che è propedeutica alla prova orale, sarà comunicato via mail o direttamente dal docente o attraverso la piattaforma ESSE3.</p>
Criteria di valutazione	<ul style="list-style-type: none"><li>• <i>Conoscenza e capacità di comprensione</i>: acquisizione e padronanza delle definizioni e dei risultati teorici oggetto del corso.</li><li>• <i>Conoscenza e capacità di comprensione applicate</i>: capacità di applicare le conoscenze teoriche acquisite per: affrontare esercizi su successioni e serie di funzioni, studiare le proprietà di una curva, studiare una funzione reale in più variabili reali (limiti, punti di massimo e minimo relativo, vincolato, assoluto), studiare funzioni definite implicitamente.</li><li>• <i>Autonomia di giudizio</i>: approccio critico ai concetti, mostrando coerenza nel ragionamento logico utilizzato in una dimostrazione e individuando i giusti strumenti matematici e le giuste tecniche per affrontare problemi matematici complessi.</li><li>• <i>Abilità comunicative</i>: padronanza del corretto linguaggio matematico manifestato dalla capacità di enunciare e dimostrare teoremi in modo chiaro e completo.</li><li>• <i>Capacità di apprendere</i>: possesso di un metodo di studio adeguato, dimostrato dalla padronanza dei concetti principali, dalla coerenza nel ragionamento logico e dalla risoluzione di problemi, eventualmente arricchito da un approfondimento autonomo degli argomenti trattati.</li></ul>
Criteria di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	<p>Il voto finale, determinato sia dalla prova scritta che da quella orale, è attribuito in trentesimi. L'esame si intende superato quando il voto finale è maggiore o uguale a 18/30. Per accedere alla prova orale bisogna aver superato la prova scritta con una votazione minima di 15/30.</p>
<b>Ulteriori informazioni</b>	
	La frequenza delle lezioni è vivamente consigliata.