

CORSO DI STUDIO	LAUREA IN MATEMATICA (L-35)
ANNO ACCADEMICO	2023-2024
INSEGNAMENTO	GEOMETRIA 3

Principali informazioni sull'insegnamento	
Anno di corso	Secondo
Periodo di erogazione	Primo semestre (25 settembre 2023 – 22 dicembre 2023)
Crediti formativi universitari (CFU)	8
Settore scientifico disciplinare (SSD)	MAT/03 – Geometria
Lingua di erogazione	Italiano
Modalità di frequenza	Facoltativa

Docenti		
Nome e cognome	Francesco Bastianelli (titolare)	Donatella Iacono
Indirizzo mail	francesco.bastianelli@uniba.it	donatella.iacono@uniba.it
Telefono	+39 080 544 2664	+39 080 544 2688
Sede	Dipartimento di Matematica stanza 18 secondo piano	Dipartimento di Matematica stanza 11 terzo piano
Sede virtuale		
Pagina web	https://sites.google.com/site/francescobastianelli/	https://www.donatellaiacono.it
Ricevimento	su appuntamento, da concordare tramite e-mail	consultare la pagina web https://www.donatellaiacono.it

Organizzazione della didattica				
	Totali	Didattica frontale	Pratica (esercitazioni)	Studio individuale
Ore	200	48	30	122
CFU	8	6	2	

Obiettivi formativi	
	Acquisizione degli elementi basilari della geometria proiettiva. Conoscenza delle proprietà fondamentali e della classificazione delle iperquadriche, sia dal punto di vista proiettivo che affine, con particolare riferimento al caso delle coniche e delle quadriche.

Prerequisiti	
	Le conoscenze che in genere vengono acquisite nel primo anno di corso di laurea in Matematica (L-35). In particolare, algebra lineare, spazi affini ed euclidei, affinità, isometrie.

Syllabus	
Contenuti dell'insegnamento (Programma)	<p>Spazi proiettivi. Spazio proiettivo $P(V)$ associato ad uno spazio vettoriale V. Spazi numerici proiettivi. Riferimenti proiettivi, coordinate omogenee e cambiamenti di coordinate.</p> <p>Sottospazi proiettivi; rette, piani, iperpiani. Sottospazio somma e intersezione di sottospazi. Punti proiettivamente indipendenti. Punti in posizione generale e relativa caratterizzazione. Formula di Grassmann</p>



proiettiva. Sottospazi proiettivi in posizione generale. Equazioni cartesiane e parametriche di un sottospazio.

Rapporto tra geometria affine e geometria proiettiva. Struttura affine su uno spazio proiettivo privato di un iperpiano. Ampliamento proiettivo di uno spazio affine. Chiusura proiettiva di un sottospazio proiettivo. Legame tra le equazioni di un sottospazio affine e quelle della sua chiusura proiettiva.

Spazio proiettivo duale. Applicazione di dualità. Sistema lineare degli iperpiani contenenti un dato sottospazio. Principio di dualità.

Trasformazioni proiettive e proiettività. Gruppo delle proiettività. Teorema di esistenza ed unicità per le trasformazioni proiettive. Immagini di sottospazi tramite trasformazioni proiettive. Sottospazi proiettivamente equivalenti e invarianti proiettivi. Rapporto tra affinità e proiettività dell'ampliamento proiettivo di uno spazio affine; estensione canonica di un'affinità ad una trasformazione proiettiva; isomorfismo canonico tra il gruppo delle affinità ed il gruppo delle proiettività che conservano l'iperpiano all'infinito.

Geometria proiettiva in una dimensione. Birapporto. Quaterne armoniche. Caratterizzazione delle trasformazioni proiettive tra rette come biiezioni che conservano i birapporti. Trasformazioni proiettive che trasformano una quaterna ordinata di punti distinti in un'altra. Caratterizzazione delle quaterne di punti proiettivamente equivalenti. Punti uniti di una proiettività. Proiettività ellittiche, paraboliche, iperboliche e loro caratterizzazioni nel caso reale e complesso. Rappresentazione di una proiettività mediante trasformazioni lineari fratte.

Ipersuperfici proiettive e ipersuperfici affini. Anello dei polinomi a coefficienti in un campo. Grado di un polinomio. Polinomi irriducibili e fattorizzazione di un polinomio. Polinomi omogenei e loro proprietà. Formula di Eulero. Omogeneizzazione e deomogeneizzazione di un polinomio. Derivata parziale formale di un polinomio. Radici di un polinomio. Fattorizzazione di un polinomio complesso in due variabili. Ipersuperfici algebriche proiettive. Equazione, grado e supporto di un'ipersuperficie. Componenti irriducibili di un'ipersuperficie e loro molteplicità. Ipersuperfici proiettivamente equivalenti e loro proprietà. Ipersuperfici algebriche affini. Equazione, grado e supporto di un'ipersuperficie. Componenti irriducibili di un'ipersuperficie e loro molteplicità. Ipersuperfici affinemente equivalenti e loro proprietà. Lemma di Study.

Quadriche proiettive. Richiami su forme quadratiche e forme bilineari simmetriche. Nozione di quadrica proiettiva. Matrice e forma bilineare associata ad una quadrica proiettiva. Rango di una quadrica e indice di una quadrica reale. Quadriche proiettivamente equivalenti. Classificazione proiettiva delle quadriche reali e complesse. Classificazione proiettiva delle quadriche della retta proiettiva reale e complessa. Classificazione proiettiva delle coniche reali e complesse. Intersezione tra una quadrica ed un



	<p>sottospazio proiettivo. Posizione reciproca tra una retta ed una quadrica. Punti singolari di una quadrica e loro caratterizzazione. Spazio proiettivo delle quadriche; sistemi lineari e fasci di quadriche.</p> <p>Punti coniugati rispetto ad una quadrica. Iperpiano polare di un punto non singolare. La polarità definita da una quadrica non degenerare; polo di un iperpiano; iperpiani coniugati. Iperpiano tangente ad una quadrica in un punto non singolare; caratterizzazioni in termini di rette tangenti e dell'intersezione con la quadrica. Rette tangenti ad una conica; punti interni ed esterni ad una conica. Piani tangenti ad una superficie quadrica non singolare. Punti ellittici ed iperbolici di una superficie quadrica reale non degenerare e caratterizzazione delle quadriche ellittiche e iperboliche. Classificazione proiettiva delle superfici quadriche reali e complesse.</p> <p>Quadriche affini. Nozione di quadrica affine. Matrice associata ad una quadrica affine. Chiusura proiettiva di una quadrica affine; punti impropri e quadrica all'infinito. Centro di una quadrica non degenerare. Quadriche a centro e non a centro. Coordinate del centro. Il centro come centro di simmetria. Iperpiani diametrali e loro direzioni coniugate. Quadriche affinemente equivalenti. Classificazione delle quadriche affini reali. Classificazione delle superfici quadriche reali non degeneri; ellissoidi, paraboloidi ed iperboloidi. Classificazione delle superfici quadriche reali degeneri; coni propriamente detti, cilindri ellittici, parabolici ed iperbolici.</p> <p>Quadriche euclidee. Quadriche metricamente equivalenti e classificazione metrica delle quadriche reali (cenni). Ipersfera. Iperpiani principali di una quadrica non degenerare e loro caratterizzazione. L'insieme degli iperpiani principali è unione disgiunta di sistemi lineari di iperpiani. Superfici quadriche rotonde.</p> <p>Cenni alle proprietà metriche delle coniche. Posizione reciproca tra una conica affine non degenerare e la retta all'infinito. Asintoti di un'iperbole ed iperbole equilatera. Vertici di una conica; assi di una conica e loro caratterizzazione. Fuochi di una conica, direttrici, asse focale. Eccentricità.</p> <p>Curve algebriche affini e proiettive. Nozione di curva algebrica affine. Molteplicità di intersezione tra una retta ed una curva algebrica in un punto e proprietà. Molteplicità di un punto della curva; punti regolari e punti singolari; nodi, cuspidi, singolarità ordinarie, punti m-upli. Flessi. Rette tangenti e tangenti principali alla curva in un punto. Caratterizzazione dei punti singolari. Equazione della retta tangente in un punto regolare. Numero di tangenti principali. Caratterizzazione dei punti m-upli. Nozione di curva algebrica proiettiva. Molteplicità di intersezione tra una retta ed una curva proiettiva in un punto e proprietà. Molteplicità di un punto della curva; punti regolari e punti singolari. Rette tangenti e tangenti principali alla curva in un punto. Chiusura proiettiva di una curva affine, punti impropri e asintoti. Caratterizzazione dei punti singolari. Equazione della retta tangente in un punto regolare. Caratterizzazione dei punti m-upli.</p>
Testi di riferimento	- E. Sernesi: <i>Geometria 1</i> , Bollati Boringhieri, 1994.

	<p>- E. Fortuna, R. Frigerio, R. Pardini: <i>Geometria proiettiva, problemi risolti e richiami di teoria</i>, Springer-Verlag, Collana Unitext, 2011.</p> <p>- M. Beltrametti, E. Carletti, D. Gallarati, G. Monti Bragadin: <i>Lezioni di Geometria analitica e proiettiva</i>, Bollati Boringhieri, 2003.</p> <p>- M. Berger: <i>Geometry II</i>, Universitext, Springer-Verlag, 1987.</p> <p>- E. Casas-Alvero: <i>Analytic Projective Geometry</i>, EMS Textbooks in Mathematics, European Mathematical Society (EMS), 2014.</p>
Note ai testi di riferimento	
Materiali didattici	<p>Maggiori informazioni verranno pubblicate sulle pagine web https://sites.google.com/site/francescobastianelli/teaching https://www.donatellaiacono.it/teaching.html e ulteriore materiale verrà caricato sulla piattaforma Microsoft Teams (codice univoco del team: 071qqa5)</p>

Risultati di apprendimento previsti (secondo i Descrittori di Dublino)	
DD1 Conoscenza e capacità di comprensione	Acquisizione di concetti e metodi geometrici classici esposti sistematicamente utilizzando un linguaggio moderno.
DD2 Conoscenza e capacità di comprensione applicate	Le conoscenze acquisite hanno un ampio spettro di applicazioni, sia nell'ambito della matematica pura che di altre discipline scientifiche, per esempio in informatica (grafica 3D, design, robotica, computer vision, ecc).
DD3-5 Competenze trasversali	<i>DD3 Autonomia di giudizio</i> : Capacità di individuare metodiche utili per risolvere nuovi problemi.
	<i>DD4 Abilità comunicative</i> : Acquisizione del linguaggio e del formalismo matematico avanzato, utili per la risoluzione rigorosa di problemi.
	<i>DD5 Capacità di apprendere</i> : Acquisizione di un metodo di studio adeguato, supportato dalla consultazione dei testi e dalla risoluzione di esercizi e quesiti proposti periodicamente durante il corso.

Metodi didattici	
	Lezioni ed esercitazioni in aula

Valutazione	
Modalità di verifica dell'apprendimento	Prova scritta e prova orale inerenti gli argomenti trattati nel corso, per valutare la comprensione e l'apprendimento delle nozioni introdotte.
Criteri di valutazione	<ul style="list-style-type: none"> • <i>Conoscenza e capacità di comprensione</i>: qualità e correttezza delle tecniche dimostrative, dei procedimenti formali e del ragionamento astratto basato sulle nozioni acquisite. • <i>Conoscenza e capacità di comprensione applicate</i>: capacità di applicare e contestualizzare le tecniche e le nozioni acquisite nella risoluzione di problemi geometrici concreti. • <i>Autonomia di giudizio</i>: capacità di riconoscere la correttezza di un ragionamento formale e di selezionare le tecniche più opportune per affrontare un problema. • <i>Abilità comunicative</i>: qualità e correttezza dell'esposizione delle conoscenze acquisite e delle proprie argomentazioni. • <i>Capacità di apprendere</i>: capacità di organizzazione delle conoscenze, di ragionamento critico e di eventuale approfondimento autonomo.
Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	Il voto finale è attribuito in trentesimi. L'esame consiste in una prova scritta e in una prova orale. La prova scritta consiste in alcuni esercizi sugli argomenti del corso. Ad ogni esercizio è assegnato un punteggio e la somma dei punteggi è pari a 30. Per accedere alla prova orale è necessario aver superato la prova scritta ottenendo una valutazione maggiore di o



	<p>uguale a 18/30. Il voto finale dell'esame viene comunicato al termine della prova orale e tiene conto anche dell'esito della prova scritta. L'esame si intende superato quando il voto finale è maggiore di o uguale a 18/30. Nella valutazione si terranno presenti la completezza, la qualità, la correttezza e la precisione mostrate durante l'esame, relativamente alle conoscenze e le competenze acquisite.</p>
--	---

Ulteriori informazioni	
	La frequenza alle lezioni ed alle esercitazioni è fortemente consigliata.