UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BARI ALDO MORO

CONSIGLIO INTERCLASSE IN MATEMATICA

CORSO DI STUDIO	**LAUREA MAGISTRALE IN MATEMATICA (LM-40)**
ANNO ACCADEMICO	**2023-2024**
INSEGNAMENTO	**ALGEBRA 3**

Principali informazioni sull'insegnamento	
Anno di corso	Secondo
Periodo di erogazione	Secondo semestre (26 febbraio 2024 – 31 maggio 2024)
Crediti formativi universitari (CFU)	7
Settore scientifico disciplinare (SSD)	MAT/02 – Algebra
Lingua di erogazione	Italiano
Modalità di frequenza	Facoltativa

Docenti	
Nome e cognome	Margherita Barile
Indirizzo mail	margherita.barile@uniba.it
Telefono	+39 080 544 2204
Sede	Dipartimento di Matematica, stanza 23 secondo piano
Sede virtuale	Microsoft Teams - codice**: rp14yne**
Pagina web	https://www.dm.uniba.it/it/members/barile
Ricevimento	Su appuntamento, da concordare per e-mail, in presenza o in remoto

Organizzazione della didattica				
	Totali	Didattica frontale	Pratica	Studio individuale
Ore	175	56		119
CFU	7	7		

Obiettivi formativi	
	Comprensione delle origini storiche, delle motivazioni teoriche e delle applicazioni pratiche dell'algebra astratta

Prerequisiti	
	Concetti fondamentali riguardanti gruppi finiti, anelli commutativi, estensioni di campo, polinomi

Syllabus	
Contenuti dell'insegnamento (Programma)	**Complementi sui gruppi** Sottogruppo generato da un sottoinsieme: definizione, caratterizzazione, caso dei gruppi simmetrici ed alterni. Secondo e terzo teorema di isomorfismo per gruppi. Gruppi risolubili: definizione, gruppi derivati, caratterizzazione mediante le catene normali, risolubilità di sottogruppi e gruppi quozienti, caso dei gruppi simmetrici, teorema di Galois-Jordan*, risolubilità dei p-gruppi, teoremi di Burnside* e di Feit-Thompson. **Complementi su polinomi e campi** Unicità del campo di spezzamento, teoremi di estensione degli isomorfismi di campo: forma debole, forma forte*. Polinomi separabili, estensioni separabili, campi perfetti. Teorema

	dell'elemento primitivo. Immersioni di un'estensione separabile in una chiusura algebrica. Lemma di Dedekind. Estensioni algebriche semplici e finitezza dei campi intermedi. Teorema di Lüroth*. Polinomi simmetrici e polinomi simmetrici elementari, polinomi simmetrizzati per somma e per prodotto, funzioni razionali simmetriche, formule di Viète. Risultante di due polinomi: espressioni mediante la matrice di Sylvester e mediante le radici*. Discriminante di un polinomio: definizione tramite il risultante, calcolo mediante la matrice di Vandermonde, relazione con la molteplicità delle radici (caso particolare dei polinomi reali quadratici e cubici). Polinomi ciclotomici: definizione, formula ricorsiva, irriducibilità*, polinomi ciclotomici di ordine primo, applicazione alla dimostrazione del teorema di Wedderburn sui corpi finiti*. **Teoria di Galois** Gruppo di Galois di un'estensione, campo fisso di un gruppo di automorfismi di campo. Estensioni normali e galoisiane: definizioni e caratterizzazioni. Teorema Fondamentale della Teoria di Galois, e sua applicazione al Teorema Fondamentale dell'Algebra*. Gruppo di Galois del composto di un'estensione galoisiana e di un'estensione algebrica*. Gruppo di Galois di un polinomio, suo studio per i polinomi di grado 2, 3, 4*, per i polinomi ciclotomici, per le equazioni binomie e l'equazione generale di grado *n*. Formule risolutive delle equazioni algebriche di grado 2, 3, 4, risolvente cubica di Ferrari e sua variante*. Estensioni radicali: definizione e caratterizzazione*. Criterio di risolubilità per radicali. Segmenti costruibili con riga e compasso e numeri reali costruibili. La trascendenza di π secondo Lindemann*. Costruzioni impossibili. Numeri complessi costruibili: definizione e caratterizzazione*. Criterio di Gauss per la costruibilità di un poligono regolare. **Teoria algebrica dei numeri** Generalità sui moduli sugli anelli commutativi unitari: definizione, sottomodulo generato da un sottoinsieme, moduli finitamente generati, moduli liberi e non liberi, rango di un modulo libero, moduli liberi su **Z** e loro sottomoduli*, omomorfismi di moduli, moduli quoziente. Anelli e moduli noetheriani: definizioni equivalenti, teorema della base di Hilbert*, quozienti, sottomoduli e somme dirette finite di moduli noetheriani, moduli noetheriani su un anello noetheriano. Dimostrazione che ogni ideale di un anello commutativo unitario è contenuto in un ideale massimale*. Elementi interi ed estensioni intere: definizione, caratterizzazione, interi algebrici (caratterizzazione, relazione con i numeri algebrici), criterio sufficiente per le estensioni intere, transitività delle estensioni intere, chiusure intere (dimostrazione di Dedekind che la chiusura intera è un anello*), anelli integralmente chiusi, il caso di **Z** (e, più in generale, di un UFD). L'anello degli interi D_K di un campo numerico *K*: teorema di caratterizzazione nel caso di un campo quadratico, D_K come dominio di Dedekind. Relazione tra PID e UFD: caso generale e caso dei domini di Dedekind. Ideali frazionari. Relazione di divisibilità tra ideali. Fattorizzazione e gruppo moltiplicativo degli ideali non nulli di un dominio di Dedekind: criterio di fattorizzazione di Kummer*,

	numeri interi che sono primi in D_K. Norma, traccia e caratteristica di un elemento in un'estensione finita di campi. Norma di un ideale di D_K: definizione, confronto con le norme dei suoi elementi, proprietà moltiplicativa*. Gruppo delle classi di ideali: due definizioni equivalenti, relazione con la proprietà di PID, numero delle classi di ideali ed applicazioni alla risolubilità di equazioni diofantee. Caratterizzazione dei PID mediante la norma di Hasse-Dedekind. Criterio necessario per i domini euclidei. Esempio di un PID che non è un dominio euclideo. Residui quadratici modulo un primo: definizione, criterio di Eulero, Lemma di Gauss, legge di reciprocità quadratica. *la dimostrazione è facoltativa
Testi di riferimento	R. B. Ash, *A Course in Algebraic Number Theory*, https://faculty.math.illinois.edu/~r-ash/ANT.html R. B. Ash, *Abstract Algebra*, *The Basic Graduate Year* https://faculty.math.illinois.edu/~r-ash/Algebra.html M. F. Atiyah, I.G. Macdonald, *Introduzione all'algebra commutativa*, trad. di P. Maroscia, Feltrinelli, Milano, 1981. M. Baker, *Algebraic Number Theory,* http://people.math.gatech.edu/~mbaker/pdf/ANTBook.pdf A. Caranti, S. Mattarei, *Introduzione alla Teoria di Galois*, http://www.science.unitn.it/~caranti/Didattica/Galois/2005-06/Note/Galois.pdf D. S. Dummit, R. M. Foote, *Abstract Algebra,* Wiley, New York, 1999. S. Franciosi, F. de Giovanni, *Elementi di Algebra,* Aracne, Roma, 1992. P. Grillet, *Algebra*, John Wiley & Sons, New York, 1999. I. N. Herstein, *Algebra*, Editori Riuniti, Roma, 1994. I. M. Isaacs, *Algebra. A Graduate Course,* Brooks/Cole, Pacific Grove, 1994. J. S. Milne, *Algebraic Number Theory,* http://www.jmilne.org/math/CourseNotes/ant.html P. Morandi, *Field and Galois Theory,* Springer, New York, 1996. J. Rotman, *Galois Theory,* Springer, New York, 1990
Note ai testi di riferimento	
Materiali didattici	Sono disponibili in rete le dispense complete del corso, insieme ad altro materiale di approfondimento: https://www.dm.uniba.it/it/members/barile/homepage/algebra-n-3

Risultati di apprendimento previsti (secondo i Descrittori di Dublino)	
DD1 Conoscenza e capacità di comprensione	Riconoscere l'algebra astratta come un impianto concettuale unitario
DD2 Conoscenza e capacità di comprensione applicate	Applicare le strutture algebriche nella risoluzione di problemi
DD3-5 Competenze trasversali	*DD3 Autonomia di giudizio*: Valutare l'utilità pratica dell'algebra astratta alla risoluzione di problemi
	DD4 Abilità comunicative: Acquisire concisione nell'esposizione di problemi complessi
	DD5 Capacità di apprendere: Esaminare i concetti algebrici in una prospettiva storica

Metodi didattici	
	Lezioni frontali

Valutazione	
Modalità di verifica dell'apprendimento	Esame orale
Criteri di valutazione	• *Conoscenza e capacità di comprensione*: Inserire i concetti algebrici in un ampio contesto teorico • *Conoscenza e capacità di comprensione applicate*: Riconoscere le motivazioni pratiche dei risultati teorici • *Autonomia di giudizio*: Confrontare le strutture algebriche ed individuarne le interazioni • *Abilità comunicative*: Presentare la natura strutturale dell'algebra • *Capacità di apprendere*: Interpretare l'algebra in chiave storica
Criteri di misurazione dell'apprendimento e di attribuzione del voto finale	Il voto dell'esame orale è in trentesimi, ed è assegnato sulla base del livello di raggiungimento degli obiettivi di apprendimento. 18-21: sufficiente 22-25: discreto 26-29: buono 30: ottimo 30 e lode: eccellente