

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

Algebra n.1

Anno Accademico 2018/19

Appello del 12 aprile 2019

1. Sia n un intero maggiore di 6. Dato, in S_n , un elemento α di periodo 6, sia $\sigma \in \langle \alpha \rangle$ tale che $\sigma^3(1) = 2$.
 - (a) Dire quali siano i possibili valori del periodo di σ .
 - (b) Per ognuno di tali valori, esibire una coppia (α, σ) corrispondente.
2. Siano n e m interi positivi, e sia data l'applicazione

$$\begin{aligned}\varphi: \mathbb{Z}_n &\rightarrow \mathbb{Z}_m \\ [a]_n &\mapsto [na]_m\end{aligned}$$

- (a) Determinare tutte le coppie (n, m) per cui φ è ben definita.
 - (b) Determinare tutte le coppie (n, m) per cui φ è un omomorfismo di anelli.
 - (c) Determinare tutte le coppie (n, m) per cui φ è un'applicazione iniettiva.
3. Dato p un numero primo maggiore di 2, si considerino i polinomi

$$\begin{aligned}f(x) &= x^{p^2} + x^p + x - \bar{1} \in \mathbb{Z}_p[x], \\ g(x) &= x^2 - \bar{2} \in \mathbb{Z}_p[x].\end{aligned}$$

- (a) Determinare un valore di p tale che $f(x), g(x)$ non siano coprimi.
 - (b) Determinare un valore di p tale che $f(x), g(x)$ siano coprimi.