

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA
Algebra n.1
Anno Accademico 2017/18

Appello del 5 giugno 2018

1. Sia H un sottogruppo di S_4 .

- (a) Provare che se $\{(1,2,3), (1,2,4)\} \subset H$, allora $A_4 \subset H$.
- (b) Provare che se $\{(1,2), (1,3), (1,4)\} \subset H$, allora $H = S_4$.

2. Dato un intero n , sia $N = n^4 - 5n^3 - 15n^2 + 5n + 14$.

- (a) Determinare tutti i valori di n per i quali 18 divide N .
- (b) Al variare di $n \geq 7$, determinare la cifra delle unità della rappresentazione decimale di N .

3.

- (a) Sia $f_1(x) = x^{15} + x^3 + \bar{2} \in \mathbb{Z}_7[x]$. Provare che non esiste alcun $g(x) \in \mathbb{Z}_7[x]$ tale che $f_1(x) = g(x)^3$.
- (b) Sia $f_2(x) = x^{15} + x^{10} - x^4 - x^3 \in \mathbb{Z}_7[x]$. Provare che non esiste alcun $h(x) \in \mathbb{Z}_7[x]$ tale che $f_2(x) = h(x)^3$.
- (c) Determinare una fattorizzazione di $f_3(x) = x^{15} + x^9 - x^3 \in \mathbb{Z}_3[x]$.