

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

Algebra n.1

Anno Accademico 2017/18

Appello del 5 giugno 2018

1. Sia H un sottogruppo di S_4 .

(a) Provare che se $\{(1, 2, 3), (1, 2, 4)\} \subset H$, allora $A_4 \subset H$.

(b) Provare che se $\{(1, 2), (1, 3), (1, 4)\} \subset H$, allora $H = S_4$.

2. Dato un intero n , sia $N = n^4 - 5n^3 - 15n^2 + 5n + 14$.

(a) Determinare tutti i valori di n per i quali 18 divide N .

(b) Al variare di $n \geq 7$, determinare la cifra delle unità della rappresentazione decimale di N .

3.

(a) Sia $f_1(x) = x^{15} + x^3 + \overline{2} \in \mathbb{Z}_7[x]$. Provare che non esiste alcun $g(x) \in \mathbb{Z}_7[x]$ tale che $f_1(x) = g(x)^3$.

(b) Sia $f_2(x) = x^{15} + x^{10} - x^4 - x^3 \in \mathbb{Z}_7[x]$. Provare che non esiste alcun $h(x) \in \mathbb{Z}_7[x]$ tale che $f_2(x) = h(x)^3$.

(c) Determinare una fattorizzazione di $f_3(x) = x^{15} + x^9 - x^3 \in \mathbb{Z}_3[x]$.