

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA
Algebra n.1
Anno Accademico 2008/09

Appello del 6 luglio 2009

1. Si consideri la seguente permutazione:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 7 & 1 & 10 & 9 & 4 & 8 & 5 & 3 & 2 & 12 & 6 & 11 \end{pmatrix} \in S_{12}.$$

Determinare il periodo di σ^{1847} .

2. Si consideri l'applicazione

$$\begin{aligned} \varphi: \mathbb{Z}_{30} &\rightarrow \mathbb{Z}_{60} \\ [a]_{30} &\mapsto [2a]_{60} \end{aligned}$$

- (a) Dire se φ è un omomorfismo di gruppi additivi.
- (b) Dire se φ è un omomorfismo di anelli.
- (c) Dire se φ è iniettiva.
- (d) Dire se l'immagine di φ è un sottoanello di \mathbb{Z}_{60} .

3.

- (a) Dire se il polinomio

$$f(x) = x^{10} + 6x^9 + 18x^8 - 12x^7 + 24x^5 - 30x^4 + 42x + 1 \in \mathbb{Z}[x]$$

ha radici razionali.

- (b) Determinare un numero primo p in modo tale che la riduzione $\overline{f(x)}$ di $f(x)$ modulo p sia riducibile in $\mathbb{Z}_p[x]$.