

**CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA**  
**Algebra n.1**  
**Anno Accademico 2014/15**

**Appello del 12 gennaio 2015**

1. Siano  $H = \{\sigma \in S_9 \mid \sigma^4(1) \neq \sigma(1)\}$ ,  $K = \{\sigma \in S_9 \mid \sigma^{13}(1) = \sigma^{20}(1)\}$ .
  - (a) Determinare la cardinalità di  $H$ .
  - (b) Determinare la cardinalità di  $K$ .
  - (c) Determinare un sottogruppo di  $S_9$  avente ordine 14 e contenuto in  $K$ .
2. Sia  $n$  un intero maggiore di 1. Si consideri l'applicazione

$$\varphi: \mathbb{Z}_4 \rightarrow \mathbb{Z}_{2n} \times \mathbb{Z}_{n^2}$$

tale che, per ogni  $a \in \mathbb{Z}$ ,  $\varphi([a]_4) = ([3a]_{2n}, [9a]_{n^2})$ .

- (a) Determinare tutti gli  $n$  per i quali  $\varphi$  è un'applicazione ben definita.
- (b) Determinare tutti gli  $n$  per i quali  $\varphi$  è un omomorfismo di anelli.

3.

- (a) Determinare una fattorizzazione in  $\mathbb{Q}[x]$  del polinomio

$$f(x) = 3x^5 + x^4 - 2x^3 + 3x - 2.$$

- (b) Determinare una fattorizzazione in  $\mathbb{Q}[x]$  del polinomio

$$g(x) = 3x^5 + 28x^4 - 20x^3 + 6x^2 + 14x - 12.$$