

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA
Algebra n.1
Anno Accademico 2011/12

Appello del 3 luglio 2012

1. Sia n un intero maggiore di 1, e sia H l'insieme delle permutazioni di S_n che non lasciano fisso l'elemento 1.
 - (a) Determinare la cardinalità di H .
 - (b) Provare che H non è contenuto in nessun sottogruppo proprio di S_n .
 - (c) Per $n = 6$, determinare la cardinalità dell'insieme delle permutazioni dispari appartenenti ad H .
- 2.

 - (a) Determinare tutti i numeri interi n per i quali 77 divide $4^{n^2+n+13} - 1$.
 - (b) Determinare un primo dispari p tale che, per ogni intero n , p non divida $4^{n^2+n+13} - 1$.

3. Sia n un numero maggiore di 1.
 - (a) Provare che il polinomio $f(x) = x^{2n} - 2x^{2n-4} - 2^{n-1}$ possiede in $\mathbb{Q}[x]$ un fattore irriducibile di grado 2.
 - (b) Provare che la riduzione di $f(x)$ modulo 7 ha almeno due radici in \mathbb{Z}_7 .