CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

Algebra n.1

Anno Accademico 2008/09

<u>**Appello del 2 febbraio 2009**</u>

<u>TRACCIA A</u>

1. Si consideri la seguente permutazione:

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 7 & 5 & 1 & 3 & 2 & 8 & 4 & 6 \end{pmatrix} \in S_8.$$

   (a) Determinare la decomposizione di σ in cicli disgiunti.
   (b) Dire se σ è pari o dispari.
   (c) Determinare il periodo di σ.
   (d) Determinare $\langle \sigma \rangle \cap A_8$.

2. Si consideri l'applicazione

$$\varphi : \mathbb{Z}_{80}[x] \to \mathbb{Z}_{20}$$

   definita da

$$\varphi\left(\sum_{i=0}^{n} [a_i]_{80} x^i \right) = [5a_0]_{20}\,.$$

   (a) Provare che φ è un omomorfismo di anelli.
   (b) Dire se φ è surgettivo.
   (c) Determinare il nucleo $\operatorname{Ker} \varphi$.

3. Dire se il polinomio $f(x) = x^4 + x^3 + \overline{2} \in \mathbb{Z}_3[x]$ è irriducibile.