

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

Algebra n.1

Anno Accademico 2025/26

Appello dell'8 settembre 2026

1. Si considerino in S_6 le seguenti permutazioni:

$$\sigma = (1, 2, 3), \quad \tau = (4, 5, 6).$$

Si consideri inoltre il seguente sottogruppo di S_6 : $C(\sigma) = \{\alpha \in S_6 \mid \alpha\sigma = \sigma\alpha\}$.

- (a) Dire se $C(\sigma)$ è abeliano.
- (b) Dire se $C(\sigma) \cap C(\tau)$ è ciclico.

2.

- (a) Dire se esiste un monomorfismo di anelli da $\mathbb{Z}_{125}$ a $\mathbb{Z}_{625}$, e in caso affermativo determinarlo.
- (b) Determinare due distinti epimorfismi di gruppi da $\mathbb{Z}_{30} \times \mathbb{Z}_3$ a $\mathbb{Z}_{15}$.
- (c) Dire se esiste un monomorfismo di gruppi da $\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_4$ a $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_{16}$, e in caso affermativo determinarlo.

3. Dato un numero primo p positivo, si considerino i seguenti polinomi di $\mathbb{Z}_p[x]$:

$$f(x) = x^{2p^2} + \overline{3}x^{p^2} + \overline{2},$$

$$g(x) = x^{p^4} - x^{p^3} + x^{p^2} - x^p,$$

$$h(x) = x^{6p^3} + x^{6p^2} + x^{6p} + x^6.$$

- (a) Determinare, al variare di p , $\text{MCD}(f(x), g(x))$.
- (b) Determinare, al variare di p , le radici di $h(x)$ in $\mathbb{Z}_p[x]$, con le rispettive molteplicità.