

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

Algebra n.1

Anno Accademico 2023/24

Appello dell'11 aprile 2024

1. Siano date in S_{22} le permutazioni

$$\sigma = (1, 2, 3, 4)(5, 6, 7, 8)(9, 10, 11)(12, 13, 14)(15, 16, 17, 18, 19)(20, 21, 22)$$

$$\tau = (1, 2)(3, 4)(5, 6)(7, 8)(9, 10, 11, 12, 13)(14, 15, 16, 17, 18)(19, 20, 21, 22).$$

Si consideri inoltre il seguente sottogruppo di S_{22} :

$$C(\sigma) = \{\alpha \in S_{22} \mid \alpha\sigma = \sigma\alpha\}.$$

- (a) Determinare $\langle \sigma \rangle \cap \langle \tau \rangle$.
- (b) Provare che $C(\sigma) \cap C(\tau)$ non è banale.
- (c) Determinare un elemento di $C(\sigma)$ avente periodo 24.

2.

- (a) Dire se esiste un monomorfismo di anelli da $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3$ a $\mathbb{Z}_{10} \times \mathbb{Z}_{45}$.
- (b) Determinare un monomorfismo di anelli da $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3$ a \mathbb{Z}_{30} .

3. Dato un numero primo $p > 0$, si considerino i seguenti polinomi di $\mathbb{Z}_p[x]$:

$$f(x) = x^{2p-1} - x^p - x^{p-1} + \overline{1},$$

$$g(x) = x^{2p} - \overline{2}x^p + \overline{1},$$

$$h(x) = x^{p^2} + x^p + \overline{1}.$$

- (a) Determinare, al variare di p , $\text{MCD}(f(x), g(x))$.
- (b) Dire per quali p i polinomi $f(x)$ e $h(x)$ sono coprimi.