

**CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA**  
**Algebra n.1**  
**Anno Accademico 2022/23**

**Appello del 26 settembre 2023**

1. Siano date in  $S_{21}$  le seguenti permutazioni:

$$\sigma = (1, 2, 3, 4, 5)(6, 7, 8)(9, 10, 11)(12, 13, 14, 15, 16, 17)(18, 19)(20, 21),$$

$$\tau = (1, 3, 2, 4, 5)(6, 9, 7, 10, 8, 11)(12, 15)(13, 16)(14, 17)(18, 20)(19, 21).$$

- (a) Determinare  $\langle \sigma \rangle \cap \langle \tau \rangle$ .  
(b) Determinare il più piccolo intero positivo  $k$  tale che  $\sigma^k$  commuti con  $\tau^k$ .

2.

- (a) Dire se esiste un omomorfismo di gruppi iniettivo da  $\mathbb{Z}_4$  a  $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_{10}$ .  
(b) Dire se esiste un omomorfismo di gruppi surgettivo da  $\mathbb{Z}_{120}$  a  $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_{10}$ .  
(c) Dire se esiste un omomorfismo di gruppi non nullo da  $\mathbb{Z}_8$  a  $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_{10}$ .

3. Dato un numero primo  $p > 3$ , si considerino i seguenti polinomi di  $\mathbb{Z}_p[x]$ :

$$f(x) = x^{4p^5} + x^{2p^3} + \bar{1},$$
$$g(x) = x^{6p} - \bar{1}.$$

- (a) Determinare, al variare di  $p$ , il numero delle radici di  $f(x)$  in  $\mathbb{Z}_p$ .  
(b) Determinare, al variare di  $p$ , il numero delle radici di  $g(x)$  in  $\mathbb{Z}_p$ .