

**CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA**  
**Algebra n.1**  
**Anno Accademico 2020/21**

**Appello del 2 novembre 2021**

1. Nel gruppo simmetrico  $S_{37}$ ,
  - (a) provare che, per ogni permutazione  $\sigma$  di periodo 19, esiste una permutazione  $\tau$  tale che  $\sigma\tau$  abbia periodo 37;
  - (b) determinare il numero dei sottogruppi di ordine 19;
  - (c) determinare il numero delle permutazioni di periodo 13.
2. Determinare l'insieme dei numeri interi positivi  $n$  tali che
  - (a)  $2^{n^3+n^2-2n} \equiv 1 \pmod{25}$ ;
  - (b)  $2^{n^3+n^2-2n} \equiv 1 \pmod{21}$ .
3. Dato un numero primo  $p$  maggiore di 2, si consideri il polinomio

$$f(x) = x^{p^2} + x^p + \bar{1} \in \mathbb{Z}_p[x].$$

Determinare, al variare di  $p$ , il resto della divisione euclidea di  $f(x)$  per

- (a)  $\bar{8}x^3 + \bar{12}x^2 + \bar{6}x + \bar{1}$ ;
- (b)  $\bar{2}x - \bar{1}$ .