

CORSO DI LAUREA IN MATEMATICA

Algebra n.1

Anno Accademico 2020/21

Appello del 2 novembre 2021

1. Nel gruppo simmetrico S_{37} ,
 - (a) provare che, per ogni permutazione σ di periodo 19, esiste una permutazione τ tale che $\sigma\tau$ abbia periodo 37;
 - (b) determinare il numero dei sottogruppi di ordine 19;
 - (c) determinare il numero delle permutazioni di periodo 13.

2. Determinare l'insieme dei numeri interi positivi n tali che
 - (a) $2^{n^3+n^2-2n} \equiv 1 \pmod{25}$;
 - (b) $2^{n^3+n^2-2n} \equiv 1 \pmod{21}$.

3. Dato un numero primo p maggiore di 2, si consideri il polinomio

$$f(x) = x^{p^2} + x^p + \overline{1} \in \mathbb{Z}_p[x].$$

Determinare, al variare di p , il resto della divisione euclidea di $f(x)$ per

- (a) $\overline{8}x^3 + \overline{12}x^2 + \overline{6}x + \overline{1}$;
- (b) $\overline{2}x - \overline{1}$.