

## LOGICA E TEORIA DEGLI INSIEMI

**L1.** Quale delle seguenti affermazioni è **equivalente** a "Felice non è chi non sa d'esserlo"?

- a) È infelice solo chi ignora di non esserlo.
- b) Chi è infelice è felice senza saperlo.
- c) Per essere felici, basta sapere d'esserlo.
- d) È necessario sapersi felici per esserlo.
- e) Nessuna delle precedenti

**L2.** Quale delle seguenti affermazioni è la **negazione** di "A volte l'esperienza vale più della scienza"?

- a) La scienza vale sempre più dell'esperienza.
- b) In qualche caso, scienza ed esperienza si equivalgono.
- c) Succede che l'esperienza valga meno della scienza.
- d) In ogni circostanza, la scienza vale almeno quanto l'esperienza.
- e) Nessuna delle precedenti

**L3.** Siano  $A$  e  $B$  insiemi. Quale delle seguenti uguaglianze **non è sempre vera**?

- a)  $(A \cap B) \cup (B \setminus A) = B$
- b)  $(A \cup B) \setminus (B \setminus A) = A$
- c)  $(A \cap B) \setminus (A \setminus B) = A \cap B$
- d)  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = A \cup B$
- e) Nessuna delle precedenti

**L4.** Dati due insiemi  $A$  e  $B$ , se  $A \cup B \subset A \cap B$ , allora si deve concludere che

- a)  $A \cap B \neq A$
- b)  $A \setminus B = \emptyset$
- c)  $A \cup B = \emptyset$
- d)  $A = \emptyset$  oppure  $B = \emptyset$
- e) Nessuna delle precedenti

**L5.** Quale delle seguenti affermazioni è **falsa**?

- a) Ogni numero intero è divisibile per 4 oppure non è il quadrato di un numero pari.
- b) Ogni numero intero non è divisibile per 12 oppure non è primo.
- c) Ogni numero intero non è primo oppure non è pari.
- d) Ogni numero intero non è negativo oppure non è il quadrato di un numero reale.
- e) Nessuna delle precedenti

**Esercizio 1.** Quale delle seguenti relazioni è di equivalenza nell'insieme  $\mathbb{R}$  dei numeri reali?

- (1)  $x \sim y$  se  $x = \frac{1}{y}$ .
- (2)  $x \sim y$  se  $x = y^2$ .
- (3)  $x \sim y$  se  $xy \geq 0$ .
- (4)  $x \sim y$  se esiste  $q \in \mathbb{Q}$  tale che  $x - y = q$ .
- (5)  $x \sim y$  se esiste  $q \in \mathbb{Q}$  tale che  $x + y = q$ .

**Esercizio 2.** Siano  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  e  $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  due funzioni definite come  $f(x) = x - 2$  e  $g(x) = 2x - 3$ . Dire quale delle seguenti affermazioni è vera.

- (1)  $(g \circ f)(2) = -2$  e  $g$  è iniettiva.
- (2)  $(f \circ g)(1) = -3$  e  $f$  è iniettiva.
- (3)  $(g \circ f)(2) = -3$  e  $g$  è suriettiva.
- (4)  $(f \circ g)(1) = -2$  e  $f$  è suriettiva.
- (5)  $(g \circ f)(2) = -2$  e  $g(\mathbb{Z})$  coincide con l'insieme dei numeri dispari.

**Esercizio 3.** Si considerino la retta  $r$  di equazione cartesiana  $2x - y + 1 = 0$  e il punto  $P = (1, 1)$ . Dire quale delle seguenti affermazioni è vera.

- (1)  $P \in r$  e la retta di equazione  $x - \frac{1}{2}y + 2 = 0$  è parallela ad  $r$ .
- (2)  $P \notin r$  e la retta di equazione  $x - \frac{1}{2}y + 2 = 0$  è incidente ad  $r$ .
- (3)  $P \in r$  e la retta di equazione  $y - 1 = 0$  è ortogonale ad  $r$ .
- (4)  $P \notin r$  e la retta di equazione  $y - 1 = 0$  è parallela ad  $r$ .
- (5)  $P \notin r$  e la retta di equazione  $x - \frac{1}{2}y + 2 = 0$  è parallela ad  $r$ .

**Esercizio 4.** Sia  $A := \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  e  $\mathcal{R} \subset A \times A$  la relazione binaria definita da

$$x \mathcal{R} y \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} \text{ tale che } y - x = 5k.$$

Dire quale delle seguenti affermazioni è vera.

- (1)  $\mathcal{R}$  è una relazione funzionale e  $5\mathcal{R}5$ .
- (2)  $\mathcal{R}$  è una relazione di equivalenza ed esiste una classe di equivalenza con un solo elemento (in  $A$ ).
- (3)  $\mathcal{R}$  è una relazione funzionale suriettiva.
- (4)  $\mathcal{R}$  è una relazione di equivalenza ed ogni classe di equivalenza contiene almeno due elementi distinti (in  $A$ ).
- (5)  $\mathcal{R}$  è una relazione di equivalenza e  $1\mathcal{R}9$ .

**Esercizio 5.** Sia  $\mathcal{C}$  la conica di equazione  $x^2 + y^2 + 6x - 8y = 0$ . Dire quale delle seguenti affermazioni è vera.

- (1)  $\mathcal{C}$  è una circonferenza di raggio 5.
- (2)  $\mathcal{C}$  è una circonferenza e il suo centro è dato dal punto  $(-3, 1)$ .
- (3)  $\mathcal{C}$  è un'iperbole passante per  $(0, 0)$ .
- (4)  $\mathcal{C}$  è un'ellisse con un fuoco nel punto  $(0, 0)$ .
- (5)  $\mathcal{C}$  è un'ellisse con un semiasse di lunghezza 5.

**Quesito 1.** Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A)  $\forall a, b, c \in \mathbb{R}: a \leq b \wedge c \neq 0 \implies ac \leq bc$ .
- (B)  $\forall a, b, c \in \mathbb{R}: a \leq b \wedge c \geq 0 \implies a^2c \leq b^2c$ .
- (C)  $\forall a, b, c \in \mathbb{R}: a \leq b \wedge c \leq 0 \implies a + c \leq b$ .
- (D)  $\forall a, b, c \in \mathbb{R}: a \leq b \wedge c \leq 0 \implies a \leq b + c$ .
- (E) Nessuna delle affermazioni precedenti è corretta.

**Quesito 2.** Si considerino i numeri reali  $a = \frac{2}{5}$ ,  $b = \frac{1}{\sqrt{6}}$ ,  $c = 0, \bar{4}$ . Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A)  $a > b$ .
- (B)  $a - c \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ .
- (C)  $a \geq c$ .
- (D)  $b < c$ .
- (E) Nessuna delle affermazioni precedenti è corretta.

**Quesito 3.** Si consideri il polinomio  $p(x) := 2x^3 + x^2 + x - 1$ . Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A)  $p(x)$  non ha radici razionali.
- (B)  $p(x)$  è divisibile per  $x - 3$ .
- (C)  $p(x)$  è divisibile per  $2x - 1$ .
- (D) Il resto della divisione di  $p(x)$  per  $x + 2$  è 21.
- (E) Nessuna delle affermazioni precedenti è corretta.

**Quesito 4.** L'insieme delle soluzioni della disequazione  $\frac{3-x^2}{x} \leq 3x + 1$  è:

- (A)  $[-1, 0] \cup [\frac{3}{4}, +\infty]$ .
- (B)  $]-\infty, -1] \cup [0, \frac{3}{4}]$ .
- (C)  $[-1, \frac{3}{4}] \setminus \{0\}$ .
- (D)  $]-\infty, -1] \cup [\frac{3}{4}, +\infty]$ .
- (E) Nessuna delle affermazioni precedenti è corretta.

**Quesito 5.** Sia  $S$  l'insieme delle soluzioni dell'equazione  $|2x + 1| = x^2 - 1$ . Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A)  $S$  è un insieme di 4 elementi.
- (B)  $S \cap \mathbb{Q} = \{-2\}$ .
- (C)  $S$  contiene due numeri irrazionali.
- (D)  $S$  non contiene numeri positivi.
- (E) Nessuna delle affermazioni precedenti è corretta.