

Storia e Fondamenti della Matematica
a.a. 2019/2020

Traccia d'esame – Settembre 2020 - 1

Una riflessione sulla conoscenza matematica, quella che si acquisisce e quella che si applica. Sviluppando gli spunti presenti nel brano proposto, tratto dal dialogo *Le Leggi* di Platone, trattare, anche con riferimento ad altre fonti, i seguenti argomenti:

- la funzione formativa attribuita alla matematica anche in epoche remote;
- il ruolo dei numeri e delle forme nella comprensione dell'universo e nel corretto uso della ragione;
- la questione della commensurabilità/incommensurabilità;
- la caccia come metafora della ricerca o altri suoi possibili significati sottintesi.

Clin. E perché non dovremmo essere d'accordo in questo?

XX. Aten. Vi sono ancora per le persone libere tre scienze da apprendere: la prima è la scienza del calcolo e dei numeri; la seconda quella che misura la lunghezza, la superficie e la profondità; la terza quella che ha per oggetto le rivoluzioni degli astri, quale cammino, cioè, tocca ad essi di compiere, gli uni in relazione agli altri²³. Non tutti però devono assoggettarsi a uno studio accurato e profondo di tutte queste scienze, ma solo alcuni pochi, che, andando avanti, indicheremo verso la fine; ché così conviene fare. Quanto a ciò che di queste scienze è necessario alla moltitudine, e che ben a ragione è ritenuto tale, è vergognoso per tutti l'ignorarlo; d'altra parte fare ricerche accurate su tutte queste scienze non è facile, né affatto possibile a tutti. Ma ciò che di esse è necessario, non può essere trascurato; il che pare avesse presente chi, esprimendosi in maniera proverbiale sulla divinità, disse pel primo che nemmeno Dio può mai lottare con la necessità; e deve intendersi, ritengo, delle necessità divine; giacché intendere delle umane, alle quali il volgo suol riferirsi ripetendo tale proverbio, è fare il discorso più insensato di questo mondo.

Clin. Quali sono dunque, ospite, rispetto alle scienze, le necessità non umane ma divine?

Aten. Quelle, a mio avviso, che bisogna apprendere perfettamente e praticare, senza di che uno non sarà mai per gli uomini né un dio, né un genio, né un eroe capace di rivolgere zelantemente le sue cure all'umanità. Ora sarà ben lontano dal divenire uomo divino chi non è capace di conoscere né uno, né due, né tre, né di distinguere affatto pari e dispari; chi insomma non sa proprio nulla di numeri, né è capace di calcolare notte e giorno, ed è ignaro del giro della luna, del sole e degli altri astri. Pensare adunque che tutte queste cognizioni non siano necessarie a chi voglia acquistare quale che sia delle

più belle conoscenze, è una grande sciocchezza. Ma quali e quante debbano essere queste cognizioni, quando apprenderle, e quali di unito ad altre e quali separatamente, e come combinarle insieme tutte quante: ecco quello che anzitutto bisogna ben comprendere e farsene guida, per passare quindi ad apprendere il resto. Tale invero è la necessità imposta da natura, e contro essa, noi diciamo, nessun dio né oggi combatte, né mai combatterà.

Clin. A me pare, ospite, che, così esposto, quanto tu dici sia ben detto e conforme a natura.

Aten. Così è difatti, o Clinia; senonché porsi dinanzi queste considerazioni e far leggi in questo modo, è una cosa difficoltosa. Ma possiamo, se a voi piace, dettarle più accuratamente in altro tempo.

Clin. Pare a noi, ospite, che tu ti preoccupi della nostra abituale ignoranza in tali materie. Ma hai torto di preoccuparti; provati piuttosto a esporre il tuo pensiero, e non tenere per questo alcun riserbo.

Aten. Anche di quello che tu adesso dici io mi preoccupo; nondimeno temo ancor più di coloro che si sono applicati allo studio di queste discipline, ma le hanno studiate male. Perché l'ignoranza assoluta non è mai un male pauroso o violento, e nemmeno molto grande; mentre le molte conoscenze e il molto sapere malamente appresi costituiscono un danno molto maggiore.

Clin. È vero.

XXI. Aten. Orbene, bisogna stabilire che le persone libere devono tanto imparare di ciascuna di queste scienze, quanto una grandissima moltitudine di ragazzi ne impara in Egitto insieme agli elementi delle lettere. Anzitutto per ciò che riguarda il calcolo ivi hanno trovato un metodo semplice d'apprendimento pei ragazzi, per cui imparano giocando e provando diletto, sia col distribuire mele e corone, adattando a un tempo il medesimo numero di esse a un numero maggiore e minore di persone, sia col distribuire successivamente

a turno, com'è naturale che si faccia pugilatori e lottatori nella riserva e nelle coppie²⁴. Oltre a ciò giocando, gli uni a mescolare insieme fiale d'oro, di rame, d'argento e d'altri siffatti metalli, gli altri a separarle tutte quante, come dicevo, son costretti nel gioco a far uso dei numeri; e tutto questo riesce di giovamento per imparare a ordinare un esercito, a guidarlo, a fare una spedizione, come pure ad amministrare le sostanze private; e rende generalmente gli uomini più utili a se stessi e più svegli, oltreché li libera, per quanto riguarda la misurazione di tutto ciò che ha lunghezza, larghezza e profondità, da quell'ignoranza ridicola e vergognosa ch'è insita per natura in tutti gli uomini.

Clin. Di quale ignoranza tu parli?

Aten. O mio caro Clinia, appresi tardi anch'io qual è la nostra condizione a tale riguardo, e ne fui colpito; m'è parso ch'essa fosse non già propria d'uomini, ma piuttosto di branchi di maiali; e n'ebbi vergogna non per me solamente, ma anche per tutti i Greci.

Clin. Perché? Spiega ciò che tu vuoi dire, ospite.

Aten. Mi spiego; ma te lo mostrerò piuttosto per via di domande. Rispondimi un po': hai tu idea della lunghezza?

Clin. Come no?

Aten. Ebbene? e della larghezza?

Clin. Certamente.

Aten. E sai anche che queste sono due dimensioni, e che la terza è la profondità?

Clin. E come no?

Aten. Orbene, non pare a te che queste dimensioni siano tutte commensurabili fra di loro?

Clin. Sì.

Aten. Che, cioè, ritengo, la lunghezza si possa naturalmente misurare con la lunghezza, la larghezza con la larghezza, e similmente la profondità con la profondità.

Clin. Precisamente.

Aten. Ora se certe dimensioni non sono commensurabili né precisamente, né imprecisamente, ma alcune sono commensurabili ed altre no, se tu ritieni

che lo siano tutte, come credi di trovarsi in questa materia?

Clin. Evidentemente male.

Aten. Ebbene, non pensiamo tutti noi Greci che lunghezza e larghezza sono in certa guisa commensurabili con la profondità, e lunghezza e larghezza fra di loro?

Clin. Proprio così.

Aten. Ma se esse non sono assolutamente commensurabili, e tutti i Greci, come dicevo, pensano che lo sono, non è giusto che si provi vergogna per essi tutti, e si dica loro: Ottimi Greci, questa è una di quelle cose delle quali dicevamo che è vergognoso ignorarle, mentre non è affatto un pregio il conoscere ciò ch'è necessario?

Clin. E come no?

Aten. E oltre a queste, altre cose vi sono affini ad esse, nelle quali cadiamo in molti errori simili a questi.

Clin. Cioè?

Aten. Per quali particolari condizioni le quantità risultano commensurabili o incommensurabili fra di loro. È questa una cosa ch'è necessario saper riconoscere mediante la riflessione, o passare per uomini veramente dappoco; e bisogna proporsi sempre cambievolmente di queste questioni; e così, spendendo il tempo in un divertimento molto più gradito del gioco del tavoliere, proprio dei vecchi, gareggiare nelle occupazioni degne di costoro.

Clin. È probabile questo; pare almeno che non ci sia una differenza molto grande tra il gioco del tavoliere e questi studi.

Aten. A questi studi, o Clinia, deve dunque attendere la gioventù, secondo io penso; essi non sono né nocivi, né difficili; e siccome l'attendervi è anche un divertimento, il nostro stato ne riceverà vantaggio senza averne alcun danno. Se poi qualcuno è d'altro avviso, sentiamo le sue ragioni.

Clin. E come no?

Aten. E se risulterà che questi studi corrispondono a quanto abbiamo detto, evidentemente noi li ammetteremo; se risulterà altrimenti, saranno esclusi.

Clin. Sicuro, come no? Vogliamo in-

tanto, ospite, metterli per adesso fra gli studi indispensabili, affinché non ci sia alcuna lacuna nelle nostre leggi?

Aten. Mettiamoli pure; beninteso come pegni, che possono staccarsi dal resto dell'ordinamento dello stato, se non piaceranno punto o a noi, che li proponiamo, o a voi, cui sono proposti.

Clin. La condizione che tu poni è giusta.

XXII. *Aten.* Vedi dopo ciò se quanto sto per dire circa l'apprendimento dell'astronomia da parte della gioventù avrà la nostra approvazione, o no.

Clin. Di' senz'altro.

Aten. Accade però a questo riguardo una cosa molto strana, assolutamente intollerabile.

Clin. Cioè?

Aten. Si dice che non bisogna cercar di conoscere il Dio supremo e tutto quanto l'universo, né indagare curiosamente le cause, giacché v'è dell'empietà in questo; ora a me pare che fare proprio il contrario di questo che dicono, sia una cosa ben fatta.

Clin. Come dici?

Aten. Qualcuno penserà che questo ch'io dico sia un paradosso, e che non sia conveniente a persone anziane; ma quando uno è persuaso che una scienza è bella e vera e utile allo stato e pienamente gradita alla divinità, non è affatto possibile che non ne parli.

Clin. È ragionevole ciò che tu dici; ma troveremo nell'astronomia qualcosa di questo genere?

Aten. Miei buoni amici, oggi, per così dire, tutti i Greci diciamo il falso sul conto di grandi dei, voglio dire del Sole e della Luna²⁵.

Clin. Che falso?

Aten. Noi diciamo ch'essi non vanno mai per la medesima via, e con essi certi altri astri, ragion per cui li chiamiamo pianeti.

Clin. Sì, per Giove, ospite, questo che tu dici è vero. Difatti io stesso ho visto molte volte nella mia vita che Lucifer ed Espero e certe altre stelle non seguivano mai il medesimo corso, ma andavano errando per ogni verso, e che

il Sole e la Luna facevano quello che tutti abbiamo sempre saputo.

Aten. Ora io sostengo, o Megillo e Clinia, che i nostri cittadini e la gioventù devono almeno tanto imparare relativamente agli dei del cielo, da non bestemmiare sul conto loro, ma dire sempre parole convenienti, sia nei sacrifici sia nelle preghiere devotamente indirizzate.

Clin. Questo è giusto, se però è possibile anzitutto imparare ciò che tu dici. D'altra parte, se noi adesso non parliamo rettamente sul conto loro, e potremo invece parlarne quando avremo appreso questa scienza, convengo anch'io che una scienza di tale e di tanta importanza bisogna apprenderla. Provati dunque di dimostrarci che la cosa è appunto così, e noi cercheremo di seguirti e d'istruirci.

Aten. Ma non è facile apprendere ciò di cui parlo; d'altra parte però non è nemmeno assolutamente difficile, né richiedere un tempo assai lungo. E la prova è questa, che, pur non avendo imparato queste cose da giovine, né da molto tempo, io potrei adesso spiegarvele in un tempo non lungo; ora se fossero difficili, non mi sarebbe mai possibile, alla mia età, di spiegarle a voi, all'età in cui siete.

Clin. È vero; ma in che consiste dunque codesta scienza, della quale tu dici ch'è una cosa mirabile, che conviene sia appresa dai giovani, e che da noi è ignorata? Cerca di spiegarti al riguardo quanto più chiaramente è possibile.

Aten. Bisogna pur che mi provi. In realtà, miei ottimi amici, non è vera questa opinione riguardo alla Luna, al Sole e agli altri astri, che, cioè, essi vadano errando; è vero invece proprio il contrario; difatti ciascuno di essi percorre con moto circolare non già molte vie, ma una sola, sempre la medesima, mentre in apparenza ne percorre tante; e così pure a torto si ritiene che tra essi sia più veloce quello che è più tardo e viceversa. Se dunque è così, e noi invece riteniamo che sia diversamente..., qualora la pensassimo in tal modo rispetto ai cavalli che corrono a Olimpia,

o agli uomini che ivi gareggiano nella corsa del dolico²⁶, e chiamassimo più tardo il più veloce, e più veloce il più tardo, e nel far gli elogi celebrassimo il vinto come vincitore, i nostri elogi, io ritengo, non sarebbero né giusti, né graditi ai corridori, che pur sono uomini. Ora se noi cadiamo in questo stesso errore rispetto agli dei, non pare a noi che ciò ch'era ridicolo e ingiusto in quel caso, lo è ora anche qui, trattandosi di dei?

Clin. Ridicolo niente affatto.

Aten. E nemmeno di sicuro gradito agli dei, quando noi ripetiamo false notizie sul conto loro.

Clin. Verissimo, se le cose stanno così.

Aten. Orbene, se noi dimostreremo che stanno appunto così, non bisogna apprendere tutte queste cognizioni almeno fino al punto di non cadere in questi, errori, e trascurarle invece, se questo non sarà dimostrato? Conveniamo anche in questo?

Clin. Sì, certamente.

XXIII. *Aten.* Ormai possiamo dire che le leggi sull'educazione, per quanto riguarda l'istruzione, sono terminate. Quanto alla caccia, bisogna considerarla alla medesima stregua di tutti gli altri esercizi di tal genere. Pare invero che la funzione del legislatore non sia semplicemente quella di far le leggi e non occuparsi d'altro; ma che oltre le leggi vi sia qualcos'altro, che sta di mezzo tra l'ammonimento e la legge, che spesso è capitato nei nostri discorsi, come quando abbiamo parlato dell'educazione dei bambini molto piccoli. In realtà sono cose che, secondo noi, non possono lasciarsi sotto silenzio; d'altra parte riteniamo che daremmo prova di grande pazzia, se dicessimmo che bisogna considerare ciò che di esse diciamo come leggi positive. Ma quando le leggi e tutto l'ordinamento dello stato siano disposti come noi diciamo, l'elogio del cittadino, ch'eccele in fatto di virtù, non sarà completo, se si dirà che il buon cittadino è quello che serve ottimamente le leggi e ad esse pienamente obbedisce: più esattamente si dirà che il buon cittadino

è colui che avrà vissuto una vita intermerata, obbedendo agli scritti del legislatore, sia quando ordina, sia quando loda o biasima. E siccome questo è il discorso più bello che possa farsi in lode di un cittadino, così il vero legislatore non deve solamente scrivere le leggi, ma oltre alle leggi deve scrivere degli avvertimenti su tutto ciò che a lui sembra bello o brutto, frammischian-doli ad esse; e il perfetto cittadino deve attenersi a questi avvertimenti non meno scrupolosamente che alle disposizioni, la cui osservanza è imposta dalle leggi mediante le sanzioni penali. A testimonianza di questo noi adduciamo l'argomento che abbiamo adesso per le mani: esso potrà chiarir meglio il nostro intendimento. Invero la caccia è qualcosa di vasto e di molteplice, che oggi vien compreso su per giù sotto un solo nome. C'è infatti molta caccia d'animali acquatici, molta parimenti di volatili, e c'è anche una grandissima quantità di cacciagione terrestre, non solo di bestie, ma anche d'uomini, la cui caccia è pur degna d'attenzione; essa avviene in guerra, ma molta ha luogo anche fra amici, ed ora è oggetto di lode, ora di biasimo; e cacce sono anche le ruberie e le rapine, così dei predoni come di bande armate contro bande armate. Un legislatore, che legiferi sulla caccia, non può non mettere in chiaro tutto questo; ma non può d'altra parte far leggi piene di minacce, formulando su tutto ordini e punizioni. Come dunque regolarsi in siffatta materia? Bisogna che il legislatore lodi o biasimi quanto riguarda la caccia tenendo conto delle fatiche e delle occupazioni della gioventù; che d'altra parte il giovane lo ascolti e gli obbedisca, senza lasciarsi distogliere né dal piacere, né dalla fatica; e rispetti ed eseguisca puntualmente, come se gli fosse imposto, ciò che il legislatore gli raccomanda facendone le lodi, ancor più delle disposizioni che comminano pene per ogni singolo caso e sono sancite dalle leggi. Premesso questo, si potrà quindi passare a un elogio e a un biasimo ragionevole della caccia, lodando quella che rende migliori le anime, e biasimando

quella che produce l'effetto contrario. Rivolgiamo dopo ciò la parola ai giovani, e diciamo ad essi a mo' di voto e d'augurio: Voglia il cielo, o amici, che non vi prenda mai alcun desiderio o amore della caccia marittima, né di quella che si fa con l'amo, né di quella caccia inattiva che si fa con le nasse giorno e notte contro gli animali acquatici in generale. Né d'altra parte vi prenda desiderio di dar la caccia agli uomini per mare e di esercitare la pirateria, rendendovi così cacciatori crudeli e senza legge; né vi venga in mente, neanche in caso estremo, di abbandonarvi alle ruberie nella città e nel territorio; e nemmeno l'amore della caccia dei volatili, attraente sì, ma punto degna di uomini liberi, prenda qualcuno dei giovani. Rimane adunque ai nostri giovani, che si esercitano in quest'arte, solo la caccia e la cattura degli animali terrestri; ma anche in questo genere di caccia, quella che si fa dormendo a turno, e che chiamano notturna, adatta per uomini inattivi, non è degna di lode; e nemmeno quella che concede intervalli di riposo, e che consiste nel ridurre all'impotenza la selvaggia gagliardia delle bestie non già con la vittoria conseguita da un'anima infaticabile, ma con le

reti e coi lacci. Cosicché la sola, che ti-manga per tutti, e la migliore è la caccia che si fa coi cavalli, coi cani e coi propri corpi contro i quadrupedi, che quanti hanno cara la divina virtù del coraggio riescono a vincere e a domare, cacciando con le proprie mani, mediante le corse, i colpi e i tiri. La lode e il biasimo, che bisogna tributare in tutta questa materia, saranno dunque conformi al discorso che qui abbiamo fatto; quanto alla legge, eccola: Nessuno impedisca a questi cacciatori veramente sacri di cacciare dove e come vorranno; ma nessuno permetta mai di cacciare in nessun luogo al cacciatore notturno che confida nelle reti e nelle funi. Quanto al cacciatore d'uccelli, nessuno gli proibisca di cacciare nelle terre incolte e sui monti; ma nei luoghi coltivati e nelle selve sacre il primo che capiti glielo impedisca e lo discacci; quanto al pescatore, esclusi i porti, i fiumi sacri, le paludi e gli stagni, negli altri luoghi gli sia permesso di dar la caccia ai pesci, purché però non faccia uso di mestre di succhi. E così possiamo dire che la parte delle nostre leggi, che riguarda l'educazione, è ormai tutta esaurita.

Clin. Ben detto.