Storia e Fondamenti della Matematica
a.a. 2019/2020

Traccia d'esame – Giugno 2020 - 1

La matematica come applicazione pratica di un metodo per l'acquisizione e la trasmissione della conoscenza. Commentare criticamente il presente brano di René Descartes, evidenziando in particolare, anche con riferimento a fonti di questo e di altri autori:

- il ruolo dei segni e delle figure nella rappresentazione dei concetti;
- la relazione tra algebra, aritmetica e geometria;
- l'interazione fra esperienza, memoria ed immaginazione;
- la nozione di rapporto.

REGOLA SEDICESIMA

Quelle cose, poi, che non richiedono l'attuale attenzione della mente, sebbene siano necessarie alla conclusione, è meglio che vengano rappresentate mediante brevissimi segni, che mediante intere figure; così infatti la memoria non potrà sbagliare, e tuttavia nello stesso tempo il pensiero non si distrarrà per trattenerle, nel mentre è occupato nella deduzione di altre.

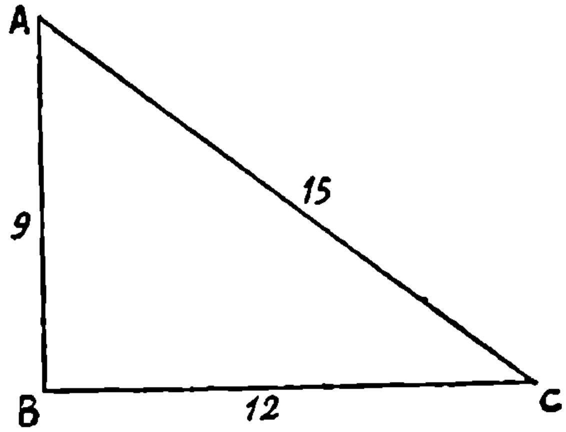
Del resto, poiché abbiam detto che tra tutte le innumerevoli dimensioni diverse che si possono rappresentare nella nostra fantasia, non più di due se ne debbono contemplare con uno solo e medesimo atto d'intuito, sia degli occhi, sia della mente — è cosa importante ritenere tutte le altre, in maniera che si presentino facilmente ogni volta che il bisogno lo richieda; e a tal fine sembra che dalla natura sia stata apparecchiata la memoria. Ma poiché questa spesso è debole, e affinché non si sia costretti a consumare una parte della nostra attenzione nel rinnovarla, mentre siamo presi da altri pensieri, molto a proposito l'arte inventò l'uso della scrittura; e fiduciosi nell'aiuto di questa, allora assolutamente niente affideremo alla memoria, ma lasciando libera e completa la fantasia alle idee presenti, qualunque cosa si dovrà ricordare, la rappresenteremo sulla carta; e ciò mediante brevissimi segni, affinché dopo che, secondo la regola nona, avremo scorto distintamente le singole cose, possiamo, secondo l'undicesima, percorrerle tutte con celerissimo moto di pensiero e intuirne simultaneamente quante più è possibile. Ogni cosa, pertanto, che sarà da considerare come una per la soluzione d'una difficoltà, la indicheremo mediante un solo segno, che può essere inventato a piacere. Ma, per facilità, facciamo uso dei caratteri a, b, c, ecc., per indicare grandezze già conosciute, e A, B, C, ecc., per indicare grandezze ignote; ai quali caratteri premetteremo spesso i segni dei numeri 1, 2, 3, 4, ecc., per rendere nota la quantità di esse, e inoltre li aggiungeremo per indicare il numero dei rapporti che in esse si debbono comprendere; così se scrivo $2\ a^3$, sarà il medesimo che se dicessi il doppio della grandezza indicata con la lettera a contenente tre rapporti. E con tale accorgimento non solo possiam compendiare molte parole, ma, e questo è il più importante, presentiamo così schietti e nudi i termini delle difficoltà che, sebbene niente di utile sia omesso, niente tuttavia si trova in essi di superfluo e che tenga occupata invano la capacità dell'intelligenza, come quando più cose nel medesimo tempo si debbano abbracciare con la mente.

E affinché tutto ciò sia compreso più chiaramente, è da avvertire in primo luogo che i calcolatori sono soliti indicare le singole grandezze mediante più unità, ossia mediante un numero, e noi invece in questo caso facciamo astrazione puranco dai numeri, non meno di quanto abbiamo fatto astrazione poco prima dalle figure geometriche, o da qualche altra cosa. Il che facciamo, sia per evitare il tedio di una lunga e superflua operazione di calcolo, sia soprattutto, affinché gli elementi dell'oggetto che rientrano nella natura della difficoltà, rimangano sempre distinti e non siano involti in inutili numeri; così, se si chieda la base del triangolo rettangolo, i cui lati dati siano 9 e 12, il calcolatore dirà che essa è $\sqrt{225}$ o 15; noi invece in luogo di 9 e di 12 poniamo a e b, e troviamo che la base è $\sqrt{\cdot a^2 + b^2 \cdot}$, e rimarranno distinte quelle due parti a^2 e b^2, che nel numero risultano confuse.

Si deve pure avvertire che è mediante il numero dei rapporti, che si debbono intendere le proporzioni susseguentisi in ordine continuo, le quali taluni nell'Algebra comune si sforzano di esprimere mediante più dimensioni e figure, e la prima delle quali chiamano radice, la seconda quadrato, la terza cubo, la quarta biquadrato, ecc. Confesso di essere stato io stesso ingannato per molto tempo da tali nomi; poiché mi sembrava che niente potesse esser messo di più chiaro dinanzi alla mia immaginazione, dopo la linea e il quadrato, che il cubo e le altre figure formate a similitudine di queste; e col loro aiuto risolvevo non poche difficoltà. Ma infine dopo molte esperienze mi accorsi che con cotesto modo di procedere io non trovavo mai cosa che non potessi conoscere in maniera di gran lunga più facile e distinta senza di esso; e che tali nomi debbono togliersi via del tutto, affinché non turbino l'intendimento, poiché la stessa quantità, sebbene sia chiamata cubo o biquadrato, tuttavia, secondo la regola precedente, non deve esser esibita all'immaginazione che come linea o superficie. È pertanto da notare soprattutto che la radice, il quadrato, il cubo, ecc., non sono se non grandezze proporzionali continue, a cui si suppone che sia sempre preposta quell'unità convenzionale, di cui già abbiam parlato: alla quale unità la prima proporzionale si riferisce immediatamente e per via di un unico rapporto; la seconda, invece, con la mediazione della prima, e pertanto per via di due rapporti; la terza, con la mediazione della prima e della seconda, e per via di tre rapporti, ecc. Dunque in seguito chiameremo prima proporzionale, quella che si dice quadrato, e così via.

Infine è da avvertire che, quantunque qui i termini della difficoltà, per esaminare la natura di questa, vengano posti in astratto da qualunque numero, tuttavia spesso accade che essa si possa risolvere in un modo più semplice coi numeri dati, che se venga astratta da essi: la qual cosa accade a causa del duplice uso dei numeri, che già abbiamo esposto, poiché i medesimi numeri esplicano ora l'ordine, ora la misura; e perciò, dopo che la difficoltà sia stata espressa in termini generali, bisogna ricondurla ai numeri dati, per vedere se non forse ci venga da essi fornita una soluzione più semplice; per esempio, dopo aver visto che la base del rettangolo coi lati a e b è $\sqrt{\cdot a^2 + b^2 \cdot}$, in luogo di a^2 bisogna mettere 81, e in luogo di b^2 144; e questi numeri, sommati, formano 225 la cui radice o media proporzionale tra l'unità e 225 è 15; onde sappiamo che la base 15 è commensurabile ai lati 9 e 12, e lo sappiamo non in maniera soltanto generica, fondata sul fatto che essa è la base del triangolo rettangolo in cui un lato sta ad un altro come 3 sta a 4. Tutto ciò noi, che andiamo in cerca di evidente e distinta cognizione delle cose, lo distinguiamo; ma non i calcolatori, che rimangono contenti, se si faccia loro dinanzi la somma richiesta, sebbene non avvertano in qual modo essa dipenda dai dati, nel che soltanto tuttavia consiste propriamente la scienza.

Ma in generale è da osservare che non si deve mai imparare a memoria nessuna di quelle cose che non richiedono una per-



petua attenzione, se possiamo metterle sulla carta, affinché un ricordo inutile non sottragga qualche parte della nostra intelligenza alla cognizione dell'oggetto presente; e si deve compilare un indice, nel quale siano scritti i termini della questione, come saranno presentati nel primo momento; dipoi il modo in cui vengono astratti e i segni coi quali vengono rappresentati, affinché, quando la soluzione sarà stata trovata usando quei segni, possiamo applicarla facilmente, senza alcun aiuto della memoria, al soggetto particolare intorno a cui ci sarà questione; poiché non si astrae mai nulla se non da qualcosa meno generale. Scriverò dunque così: si cerca la base AC nel triangolo rettangolo ABC, e fisso con l'astrazione la difficoltà riguardante la ricerca in generale della grandezza della base dalla grandezza dei lati; dipoi in luogo di AB, che è 9, pongo *a*, in luogo di BC, che è 12, pongo *b*, e così via.

È da notare che di queste quattro regole noi ci serviremo ancora nella terza parte di questo trattato, ma prendendole in senso un po' più largo, di quanto non abbiano avuto qui, come sarà detto a suo luogo.