

Storia e Fondamenti della Matematica
a.a. 2023/2024

Traccia d'esame – Luglio 2024 – 2

Effettuare un'analisi critica delle affermazioni contenute nelle pagine qui allegate, tratte dalla monografia *Le matematiche nella storia e nella cultura* (1938) di Federigo Enriques (a cura di Attilio Frajese), rivolgendo una particolare attenzione ai seguenti aspetti, nel contesto della matematica antica:

- le origini del pensiero scientifico;
- il corretto approccio alle fonti originali;
- il rapporto fra aritmetica e geometria;
- il ruolo della cultura greca nella storia della matematica.

FEDERIGO ENRIQUES

LE MATEMATICHE NELLA STORIA E NELLA CULTURA

LEZIONI PUBBLICATE PER CURA DI

ATTILIO FRAJESSE



NICOLA ZANICHELLI EDITORE
BOLOGNA 1938-XVI

CAPITOLO I.

LE MATEMATICHE NELL'ANTICHITÀ

1. - LE MATEMATICHE PREELLENICHE

Le matematiche sono antiche, si può dire, come la civiltà: gli studi più recenti degli storici intorno alla cultura degli Egiziani e dei Caldei hanno messo in luce che quei popoli dovevano possedere già importanti conoscenze matematiche in un'epoca precedente forse di due millenni gl'inizi della scienza greca. L'impulso a tali conoscenze sembra essere venuto da tre ordini di questioni:

1º) Gli scambi commerciali portano naturalmente a sviluppare l'Aritmetica come « arte dei calcoli » o « logistica »: arte che — secondo Erodoto — I Greci avrebbero appresa dai Fenici.

2º) L'agrimensura catastale pone il problema delle aree delle figure piane, che risponde al senso etimologico della parola « geometria »; e di qui appunto lo stesso Erodoto fa nascere la scienza geometrica presso gli Egiziani, che sarebbero stati maestri dei Greci.

3º) Un'altra sorgente di ricerche geometriche (misure di angoli e relativi calcoli) sembra riattaccarsi particolarmente all'Astrologia coltivata fin da tempi remotissimi presso i Caldei.

Tavolette che risalgono a 2500 o forse a più di 3000 anni av. C. attestano qualche conoscenza della nota relazione fra il quadrato della diagonale e i quadrati dei lati del rettangolo fra i Babilonesi; altre tavolette, più recentemente scoperte dal Neugebauer, mostrerebbero, presso quei popoli, il possesso di regole per la risoluzione dei sistemi di equazioni

di 2º grado a due incognite. D'altra parte il cosiddetto papiro di Mosca, interpretato dallo Struve, darebbe notizia di antichissime conoscenze geometriche possedute dagli Egiziani: in particolare vi si trova il volume della piramide e della sfera, che la Grecia ha dovuto riscoprire soltanto nel IV e III secolo, con Democrito e Archimede. C'è anche un'altra testimonianza delle conoscenze matematiche degli Egiziani avanti il 3000 a. C.: cioè le misure dei loro monumenti e in ispecie della Grande Piramide. Le lunghezze dei lati sono approssimate a 13 mm., cioè a meno di 1/14.000, gli angoli a 12", cioè 1/27.000. Gl'ingegneri dei Faraoni erano riusciti a stabilire un unico piano di livellazione, inclinato leggermente da sud a nord, per tutti i nilometri dal mare alla prima cateratta, cioè per varie centinaia di chilometri.

2. - LE ORIGINI DELLE MATEMATICHE PRESSO I GRECI

Abbiamo rilevato gl'indizi di un'attività scientifica creativa presso i popoli che circondano il mondo greco, che si costituì più tardi l'erede della loro cultura. Ma all'epoca in cui i Greci si affacciano appena alla civiltà, la scienza orientale sembra caduta in un periodo di decadenza, in cui si conservano i risultati acquisiti soltanto come ricette pratiche: regole di calcolo o di misura, adoperate ormai senza ricercarne le ragioni.

Invece, le prime conoscenze geometriche ed aritmetiche che i Greci apprendono dai loro vicini diventano subito per essi argomento di riflessione e di speculazione razionale. « I Traci e gli Sciti — dirà Platone nella *Repubblica* (435 e.) — sono governati dalle passioni. Solo fra i popoli più evoluti si sveglia l'amore della conoscenza; ma è ancor soffocato dalla cupidigia della ricchezza presso i Fenici e gli Egiziani ». Occorre aggiungervi lo spirito disinteressato che cerca la verità per sé stessa, come accade per la gioia della contemplazione artistica presso gli Elleni: e questo è il « miracolo greco ».

TALETE di Mileto, intorno al 600 a. C., importa dall'Egitto le prime conoscenze di geometria e di astronomia e, al tem-

po stesso, si avventura già a formulare un'ipotesi cosmogonica, facendo dell'*acqua* il principio di tutte le cose. ANASSIMANDRO di Mileto affronta subito i più formidabili problemi dell'Universo, ponendo al posto dell'*acqua* di Talete una sostanza primitiva *infinita*, capace di diffondersi per lo spazio e d'identificarsi con esso, la quale, differenziandosi, darebbe origine a innumerevoli mondi coesistenti e successivi. Nelle sue argomentazioni — per esempio dove dà ragione del perchè la Terra resti isolata nello spazio senza cadere — appare non solo una ricca fantasia poetica, che si spiega ingenuamente urtando in difficoltà profonde di cui non ha il più lontano sospetto, sì anche la logica diritta di un intelletto matematico ⁽¹⁾.

Nella generazione successiva, un altro cittadino della Grecia, PITAGORA di Samo, lasciata la patria intorno al 540 a. C., andava a costituire una scuola scientifico-religiosa nell'Italia meridionale; e qui troviamo per la prima volta il termine *matematica* ($\tau\alpha\ \mu\acute{a}\theta\eta\mu\alpha\tau\iota\kappa\alpha$ da $\mu\acute{a}\theta\eta\mu\alpha$ « insegnamento ») nel senso di « disciplina » o « scienza razionale ». Infatti la scuola pitagorica poneva il problema di spiegare tutte le cose, partendo dal *numero* che ne costituirebbe l'essenza.

3. - INIZII DELL'ARITMETICA E DELLA GEOMETRIA

Per comprendere come l'Aritmetica potesse assumere per i Pitagorici un significato cosmologico, convien dire che (almeno per i primi discepoli di Pitagora) i numeri (intei o naturali) erano concepiti, non già nel senso astratto che ci è familiare, bensì in una maniera più concreta, che tuttavia oltrepassa la semplice nozione del « numero concreto », quale si presenta nel computo degli oggetti: p. es. quando si parla di « 7 bovi » o di « 5 sassi ».

Ricollegandosi alla tradizione ionica del problema della materia, i Pitagorici avevano cercato infatti di spiegarne la natura, immaginando che la sostanza primitiva di Anassi-

⁽¹⁾ Cfr. ENRIQUES e DI SANTILLANA, *Storia del pensiero scientifico*. Vol. I, Bologna, Zanichelli 1932.

mandro (origine di tutte le cose) si condensi intorno a dei centri monadici, che per ogni specie di materia presenterebbero una certa configurazione caratteristica. In questo senso le cose sono « numeri », cioè gruppi di punti, o corpuscoli, aventi una certa estensione, e disposti secondo un certo ordine geometrico: dalla quantità e dall'ordine di codeste particelle costituenti, la materia stessa ritrae le sue proprietà. E pertanto il numero è, nella sua vera accezione, « numero figurato », triangolare o quadrato o rettangolo, ecc., le cui unità o « monadi » sono, ad un tempo, punti geometrici e fisici.

Non è qui il luogo per spiegare come la dottrina pitagorica si collegasse a talune semplici osservazioni o scoperte che la scuola ebbe a fare fin dagl'inizii della sua attività, specie nel campo dell'Acustica; ma giova rilevare esplicitamente che codesta dottrina aveva, non soltanto un valore fisico, sì anche geometrico: la linea veniva rappresentata come una « serie di punti successivi » e analogamente si dice delle superficie e dei solidi.

Tale rappresentazione si affaccia assai naturale ad un'intelligenza non diffidente e suggerisce subito l'idea della misura. A quanto sembra, i Pitagorici partirono appunto da questa per costruire una teoria della similitudine delle figure; sulla quale doveva essere basato il corpo di scienza che essi edificarono, dando per la prima volta alla geometria un ordine deduttivo, per salire dal possesso di casi particolari noti, alla verità generale del cosiddetto *teorema di Pitagora*.

Ma nella stessa scuola si affacciò presto la scoperta imbarazzante delle grandezze incommensurabili: lato e diagonale del quadrato. « Eccezione scandalosa » siccome fu considerata dapprima da quegli antichi geometri, essa doveva suscitare una critica più profonda del significato degli enti geometrici, quale si esprime colla filosofia di PARMENIDE e di ZENONE d'Elea, conferendo alla scienza un vero assetto razionale; e d'altra parte segnava una trasformazione del pensiero pitagorico: che, continuando a spiegare le cose coi « numeri », ebbe a dare alla spiegazione un significato ana-

logico e simbolico, intinto di quel misticismo che fin da principio troviamo mescolato alle speculazioni della scuola. Un secolo dopo Pitagora, Filolao diceva che « tutte le cose conosciute posseggono un numero, e che nulla noi possiamo comprendere o conoscere senza di questo ».

Frattanto il metodo deduttivo — che, come abbiamo accennato, dovette per la prima volta mettersi in opera per giungere ad una dimostrazione generale del teorema di Pitagora — dava, in breve tempo, larghi frutti. Nel corso di un secolo e mezzo i Pitagorici svolsero le matematiche e si accinsero a costituire un corpo di scienza che comprendeva : 1º) l'aritmetica ; 2º) la musica, come studio dei rapporti fra numeri connessi colle armonie dei suoni ; 3º) la geometria piana ; 4º) la sferica, preludio della geometria solida e soprattutto introduzione dell'astronomia.

Questa classificazione delle scienze matematiche — aritmetica, musica, geometria, astronomia — si ritrova presso PLATONE, e poi nel tirocinio scolastico del Medio Evo, sotto il nome di *quadrivio*, in contrapposto al *trivio* (grammatica, rettorica e dialettica).

Per quel che riguarda i risultati raggiunti, oltre all'aver messo in luce le proprietà fondamentali ed anche talune proprietà curiose dei numeri, i Pitagorici sembrano avere scoperto quasi tutti i *fatti* notevoli che formano oggetto della nostra geometria elementare del piano: similitudine delle figure e risoluzione dei problemi di trasformazione o applicazione delle aree, che rispondono ad equazioni di 2º grado, costruzione dell'esagono e del pentagono regolari, ecc. Tantochè, verso il 450 a. C. IPPOCRATE di Chio (siccome ci narra Eudemo in Proclo) poteva comporre, per la prima volta, il corpo delle nozioni acquisite, in un libro di « Elementi ».