

Storia e Fondamenti della Matematica
a.a. 2022/2023

Traccia d'esame – Giugno 2023 - 3

Matematica significa “apprendimento”, e dunque la conoscenza è, nel contempo, la sua origine e la sua finalità. Prendendo spunto dal brano allegato, tratto da una traduzione in italiano dell’opera *An Essay Concerning Human Understanding* (1689) del filosofo inglese John Locke, esprimersi criticamente sui seguenti punti, illustrandoli con riflessioni ed esempi relativi alla storia del pensiero matematico:

- il ragionamento dimostrativo in geometria;
- la relazione di accordo/disaccordo tra i concetti;
- il metodo come costruzione di collegamenti;
- il ruolo dell’immaginazione nella ricerca e nella trasmissione della verità.

Fonte delle pagine originali: *Giovanni Locke – Saggio sull’intelletto umano*, a cura di Guido de Ruggiero, Laterza, Bari, 1956.

compagna ed è congiunta con quella particolare specie di color giallo, di peso, fusibilità, malleabilità e solubilità nell'acqua ragia, che costituisce la nostra idea complessa significata dalla parola oro.

6. — ESISTENZA REALE.

La quarta e ultima specie è quella dell'esistenza reale o attuale che conviene con una qualunque idea. In queste quattro specie di accordo o di disaccordo è contenuta tutta la conoscenza che abbiamo o che possiamo avere. Infatti tutte le ricerche che possiamo fare intorno a qualunque nostra idea, tutto ciò che sappiamo o possiamo affermare di ognuna di esse, è che è o non è identica con un'altra; che coesiste o non coesiste con un'altra in uno stesso soggetto; che ha questa o quella relazione con un'altra idea; che ha una reale esistenza fuori della mente. Così, l'azzurro non è giallo, appartiene all'identità; due triangoli di eguale base tra due parallele sono eguali, alla relazione; il ferro è suscettibile di azione magnetica, alla coesistenza; Dio esiste, all'esistenza reale.

7. — LA CONOSCENZA INTUITIVA.

Poiché tutta la conoscenza consiste, come ho detto, nella percezione che la mente ha delle proprie idee, che è la massima luce e la più grande certezza che

7. — La distinzione testé esaminata concerneva la natura della conoscenza, cioè dell'accordo o del disaccordo delle idee in cui essa si compendia; la nuova distinzione concerne le vie, cioè i procedimenti con cui quell'accordo o disaccordo si per-

noi con le nostre facoltà e coi nostri procedimenti conoscitivi possiamo raggiungere, può non essere superfluo esaminare un poco i gradi della sua esistenza. La differente chiarezza della nostra conoscenza mi par che risieda nelle differenti vie con cui la mente per-

cepisce, e quindi, mediatamente, i gradi di evidenza della percezione stessa. Da questo punto di vista, la conoscenza può essere intuitiva o dimostrativa. Intuitiva, quando la percezione dell'accordo o del disaccordo tra due idee è immediata, senza altre idee interposte, cioè senza bisogno di dimostrazione. Tale è la conoscenza degli assiomi delle matematiche, e in generale, delle verità per se stesse evidenti.

Questa forma di conoscenza è stata posta in particolare rilievo nel *Discorso sul metodo* di Cartesio, da cui Locke l'ha attinta. Essa è la più elementare e fondamentale, perché qualunque dimostrazione o catena di ragionamenti non può trovare che in essa il suo punto di partenza e il suo sostegno, senza di che dovrebbe estendersi all'infinito e poggerebbe sul vuoto. [Tuttavia, nella filosofia del Locke, la presenza di essa non si giustifica al pari che in quella di Cartesio. Noi infatti abbiamo visto, al principio della seconda sezione, che per Locke la conoscenza si origina dalla sensazione e dalla riflessione. Ora, l'intuizione non coincide né con l'una né con l'altra di queste fonti: non con la sensazione, perché, pur essendo al pari di essa immediata, ha un oggetto intellettuale e non sensibile: non con la riflessione, con cui s'accorda nell'oggetto, ma discorda per il suo carattere immediato e irriflesso. Bisogna allora riconoscere che essa sia una terza fonte; ma se Locke fosse stato pienamente convinto di questa implicita conseguenza, egli avrebbe dovuto sentire il bisogno di rifare tutta l'analisi del II libro, perché, come si potrebbe facilmente dimostrare, la nuova forma interferisce profondamente con le altre due e ne modifica tutti i prodotti.]

[Ancora un'altra osservazione ci sembra opportuna: in riferimento a quel che s'è detto nel n. 2, l'intuizione coglie soltanto rapporti di idee, o anche i giudizi esistenziali? Dagli esempi del testo, pare che Locke abbia presente soltanto i primi; ma nel n. 15, come vedremo, egli attribuisce un carattere intuitivo ai giudizi con cui affermiamo la nostra esistenza, cioè, se non a tutti, ad alcuni giudizi esistenziali.]

cepisce l'accordo o il disaccordo delle sue idee. Infatti, se riflettiamo sui nostri modi di pensare, troviamo che a volte la mente percepisce l'accordo o il disaccordo di due idee immediatamente per se stesse, senza l'intervento di alcun'altra; e questa io credo che possiamo chiamare conoscenza intuitiva. In questo caso la mente non si dà pena di provare o di esaminare, ma percepisce la verità come l'occhio i colori, solo col volgervi lo sguardo.

Così essa percepisce che il bianco non è nero, che un circolo non è triangolo, che tre è più di due ed è eguale a due più uno. Questa specie di verità la mente percepisce a prima vista, per mera intuizione, senza intervento di alcun'altra idea; ed essa è la più chiara e certa che l'umana fragilità possa raggiungere. Questa parte di conoscenza è irresistibile, e come la luce del sole, impone il suo riconoscimento non appena la mente vi si volge, e non dà luogo a esitazione, dubbio o esame; ma la mente è attualmente piena della chiara luce di essa. Da tale intuizione dipende tutta la certezza ed evidenza della nostra conoscenza: la quale certezza è così grande che non se ne può immaginare e quindi richiedere una maggiore.

8. — LA CONOSCENZA DIMOSTRATIVA.

Il secondo grado della conoscenza è quello in cui la mente percepisce l'accordo o il disaccordo di alcune idee, ma non immediatamente. Benché sempre che la

8. — Nella conoscenza dimostrativa, non potendosi percepire l'accordo o il disaccordo immediatamente tra due idee, interviene una terza idea che si accorda con le altre due e quindi, mediatamente le congiunge. Se non mi risulta intuiti-

mente percepisce l'accordo o il disaccordo di alcune sue idee vi sia una certa conoscenza, nondimeno non sempre accade che la mente veda quale accordo o disaccordo vi sia, e in tal caso resta nell'ignoranza, e al più raggiunge una probabile congettura. La ragione per cui la mente non può sempre percepire attualmente l'accordo o il disaccordo tra due idee è che quelle idee, intorno al cui accordo o disaccordo è fatta la ricerca, non possono essere messe insieme dalla mente in modo da scorgere. In questo caso allora, quando la mente non può porre le sue idee insieme col loro immediato confronto, giustapponendole l'una all'altra, essa è in grado di scoprire l'accordo o il disaccordo cercato mediante l'intervento di altre idee (una o più, secondo i casi). Così, la mente, volendo sapere l'accordo o disaccordo in grandezze tra i tre angoli di un triangolo e due angoli retti, non può giungervi con uno sguardo immediato e una comparazione diretta, perché i tre angoli di un triangolo non possono essere messi insieme e paragonati con uno o due angoli; pertanto la mente non ha di ciò una conoscenza immediata e intuitiva. In tal caso essa è costretta a cercare altri angoli, con cui i tre angoli di un triangolo sono eguali, e trovando questi eguali a due retti, giunge a conoscere la loro egualianza con due retti.

vamente che $A = B$, ma mi risulta che $A = C$ e $B = C$, allora, per il tramite di C , io concludo che $A = B$. Invece di tre, le idee possono essere quattro, cinque, ecc., e la conclusione è egualmente valida, purché le idee intermedie siano tutte collegate tra loro come C ad A e B . Anche questa forma di conoscenza ha il suo modello nel *Discorso* di Cartesio.

9. — DIFFERENZE TRA LA CONOSCENZA INTUITIVA
E LA DIMOSTRATIVA.

Queste idee intervenienti, che servono a mostrare l'accordo tra altre due, sono chiamate prove; e dove l'accordo o il disaccordo è con questo mezzo percepito pienamente e chiaramente, è chiamato dimostrazione. La rapidità della mente nel trovare queste idee intermedie e nell'applicarle con giustezza è ciò che si chiama sagacia.

Questa conoscenza per prove, benchè sia certa, tuttavia non ha l'evidenza così chiara e luminosa, né provoca un assenso così pronto come la conoscenza intuitiva. Infatti, benché nella dimostrazione la mente percepisca infine l'accordo o il disaccordo delle idee in quistione, essa non l'ottiene senza pena e attenzione. Un'applicazione e una ricerca continua sono richieste per questa scoperta; e dev'esservi un progresso per tappe e gradi prima che la mente possa per questa via giungere alla certezza.

Un'altra differenza tra la conoscenza intuitiva e la dimostrativa è che in quest'ultima, benché ogni dubbio sia rimosso quando per l'intervento delle idee intermedie l'accordo o il disaccordo è percepito, nondimeno, prima della dimostrazione v'era un dubbio, che nella conoscenza intuitiva non può riscontrarsi.

9. — Le differenze tra l'intuizione e la deduzione o dimostrazione sono esposte chiaramente nel testo: 1) l'una è immediata, evidente, irriflessa; l'altra è mediata e richiede riflessione per escogitare le idee intermedie che fanno da tramite; 2) l'una non è preceduta da esitazione e da dubbio, perché il rapporto risalta a prima vista; l'altra sorge come soluzione di un problema, cioè di un dubbio, perché il rapporto dei termini non era evidente fin da principio.

10. — RAPPORTI TRA LE DUE CONOSCENZE.

In ogni passo che la ragione fa nella conoscenza dimostrativa c'è una conoscenza intuitiva dell'accordo o del disaccordo con la prossima idea intermedia usata come prova. Infatti, se non fosse così, vi sarebbe ancora bisogno di una prova, perché, senza la percezione dell'accordo o del disaccordo, non si dà conoscenza. Questa percezione intuitiva dell'accordo o del disaccordo delle idee intermedie, in ogni passo della dimostrazione, deve essere esattamente registrata nella mente, in modo che si sia certi che nessuna parte è stata tralasciata. Ma nelle lunghe deduzioni e nell'uso di numerose prove la memoria non sempre ritiene tutto con la prontezza e l'esattezza richiesta; dal che risulta che questa conoscenza è più imperfetta della intuitiva e che gli uomini spesso prendono le falsità per dimostrazioni.

10 — Ma le differenze elencate non debbono far dimenticare l'affinità fondamentale, su cui in ultima istanza riposa il valore delle dimostrazioni. Si riprenda l'esempio: $A = C$, $B = C$, dunque $A = B$. In ciascuna di queste tre tappe il rapporto tra i due termini è mediato, cioè la conoscenza è intuitiva; quindi la dimostrazione non consiste che in una serie d'intuizioni.

Si abbia anche presente l'avvertenza contenuta nel testo, che è molto importante per spiegare la genesi degli errori. Quando la catena delle dimostrazioni è molto lunga, è difficile ricordare tutta la serie dei passaggi da un elemento all'altro, e bisogna perciò prestare molta attenzione, perché nessuno di essi sia tralasciato, sotto pena che tutta la dimostrazione sia resa inefficace o nulla. Gli errori nella dimostrazione dipendono in buona parte dall'omissione di una o più maglie della catena. Anche questa avvertenza si trova nel *Discorso* di Cartesio, e precisamente forma l'ultima delle 4 regole metodologiche, che prende il nome di: «enumerazione».

II. — FEDE E CONOSCENZA.

La differenza tra la probabilità e la certezza, la fede e la conoscenza, sta in ciò, che in tutte le parti della conoscenza c'è intuizione; ogni idea immediata, ogni passo, ha la sua visibile e certa connessione. Nella fede non è così. Ciò che mi fa credere è qualcosa di estraneo alla cosa che io credo; qualcosa che non è evidentemente congiunto ai due lati, e che così non mostra manifestamente l'accordo o il disaccordo delle idee in esame.

12. — REALTÀ DELLA CONOSCENZA.

Io temo che il mio lettore possa dubitare che io sia stato fin qui a costruire un castello in aria e sia pronto a dirmi: Perché tutto questo affaccendamento? Voi dite che la conoscenza è solo l'accordo o il di-

11. — Nella fede, a differenza che nella conoscenza per intuizione o per dimostrazione, i termini del rapporto conoscitivo non si uniscono per un'affinità intrinseca ma per un fattore estraneo, per es. un'autorità, un pregiudizio, ecc.; quindi, nella catena delle prove v'è « qualcosa che non è evidentemente congiunto ai due lati ».

12. — Il problema che qui è formulato nasce da una specie di vitale insoddisfazione dei risultati finora raggiunti. Noi non conosciamo che per mezzo delle idee e la nostra conoscenza non si estende oltre la sfera delle idee. Ma non pare che così lavoriamo a costruire dei castelli in aria? Ed è possibile che le idee che ci sono date in servizio della conoscenza delle cose debbano essere invece uno schermo permanente che ci preclude la visione delle cose nella loro realtà? La tendenza realistica, che tante volte abbiamo osservata nel pensiero di Locke, tenta qui uno sforzo finale per crearsi una via di uscita. [Ma poiché, come abbiamo visto, essa nelle sue esplicazioni parziali segue

sacco delle nostre idee; ma chi sa che cosa possono essere queste idee? V'è niente di così stravagante come le immaginazioni dei cervelli umani? Dov'è la testa che non contiene chimere? O, se c'è un uomo sobrio e saggio, quale differenza c'è, secondo le nostre regole, tra la sua conoscenza e quella della più stravagante fantasia del mondo? Ambedue hanno le loro idee e percepiscono l'accordo e il disaccordo tra loro. Se c'è una differenza, il vantaggio sta da parte dell'uomo dalla testa calda, che, avendo più idee, e più vivaci, conoscerà di più.

A questo io rispondo, che se la nostra conoscenza delle idee avesse termine in esse e non andasse al di là, verso una meta ulteriore, i nostri più seri pensieri varrebbero poco più delle immaginazioni di un debole cervello, e le verità su di essi costruite non avrebbero maggior peso dei discorsi di un uomo che vede chiaramente delle cose in sogno e con grande sicurezza le enuncia. Ma io spero di rendere evidente che questa via della certezza, per mezzo della conoscenza delle nostre idee, va un po' oltre la mera immaginazione.

13. — CRITERII PER VALUTARE LA REALTÀ DELLA CONOSCENZA.

È evidente che la mente non conosce le cose immediatamente, ma solo con l'intervento delle idee che ha di esse. La nostra conoscenza perciò è reale solo

vie diverse e non tutte convergenti, accade che anche nel tentativo finale essa sbocca per più vie che s'ingorgano o si agrovigliano.]

13-14. — Premesso che non basta, per adempiere il fine della conoscenza, che questa risulti coerente con se stessa (cioè che dichiarì una coerenza tra le idee di cui consta), ma bisogna che