Storia e Fondamenti della Matematica
a.a. 2019/2020

Traccia d'esame – Gennaio 2021 -1

Il carattere multidisciplinare della matematica sta alla base del suo inquadramento nel tessuto culturale generale, oltre ad offrire la premessa alle sue applicazioni tecniche. Analizzare il contenuto del presente brano, tratto da un contributo di Giuseppe Peano, mettendo in evidenza i seguenti aspetti, anche alla luce del pensiero di altri autori e dell'evoluzione storica:

- il ruolo delle combinazioni nell'evoluzione della scrittura;
- i numeri come strumento di classificazione;
- il simbolo e il segno;
- l'importanza della lingua naturale nell'espressione di concetti matematici.

NOTA:

Traduzione del brano riportato a pag. 10

Non so se vi sia mai stato nella scrittura cinese un vantaggio simile a quello che deve necessariamente esservi in una Caratteristica che sto progettando. Ogni ragionamento che si può trarre dalle nozioni si potrebbe trarre dai loro caratteri per mezzo di una sorta di calcolo, che sarebbe uno dei più importanti modi di aiutare la mente umana.

Giuseppe Peano

La numerazione binaria applicata alla stenografia

ACCADEMIA REALE DELLE SCIENZE DI TORINO
(ANNO 1898-99)

LA NUMERAZIONE BINARIA APPLICATA ALLA STENOGRAFIA

N O T A

DEL SOCIO

GIUSEPPE PEANO

TORINO
CARLO CLAUSEN
Librario della R. Accademia delle Scienze
1898

Estr. dagli *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino*, Vol. XXXIV.
Adunanza del 13 novembre 1898.

Torino – Stabilimento tipografico VINCENZO BONA.

La numerazione binaria applicata alla stenografia;

Nota del socio GIUSEPPE PEANO.

La numerazione binaria, o diadica, ha per base 2, cioè il più piccolo numero che possa servire come tale.

Già LEIBNIZ fece vedere che le proprietà d'ogni sistema di numerazione sono, in questa base, ridotte a forma semplicissima. Vedasi *Opera omnia* a. 1768, t. III, p. 346-354, 390-394, 515, 517, t. IV, p. 208-210, ecc.

Due cifre, aventi il valore 0 e 1, bastano per scrivere ogni numero in questa base. Dando a queste cifre la forma . e :, i numeri 1, 2, 3, . . . , 10 sono in questo sistema espressi da :, :., ::, :.., :.:, ::., :::, :…, :..:, :.:. . I punti inferiori stanno per indicare il posto delle cifre. Essi si possono sopprimere se il posto delle cifre può essere diversamente indicato, come avviene in più casi. In questi casi le cifre 1 e 0 sono indicate dalla presenza o assenza d'un segno.

L'addizione si fa *contando* le unità dei varii ordini dei sommandi. Per la moltiplicazione basta sapere che $1 \times 1 = 1$, e la cosidetta tavola pitagorica sparisce. La divisione si esegue senza tentativi. Il Leibniz accenna ad applicazioni all'analisi, e l'applicazione pratica ai pesi e alle monete, poiché con questo sistema si determinano i pesi, entro dati limiti, col minimo numero di pesi campioni additivi.

Fra gli A. successivi che si occuparono un po' diffusamente dello stesso soggetto, menzionerò E. LUCAS, *Récréations mathématiques*, a. 1891, t. I, p. 145-160. Egli dice che questo sistema si presterebbe più naturalmente d'ogni altro alla costruzione di macchine aritmetiche. Col suo mezzo trovò dei numeri primi molto più grandi di quelli avanti conosciuti. Ivi l'A. applica la numerazione binaria ad alcune ricreazioni. Fra questi giuochi, del tutto semplici, citerò, perchè utile in seguito, quello di indovinare il numero pensato da una persona, presentando a questa una serie di tabelle, e domandando se la tabella contiene il numero pensato. Le successive risposte *sì* e *no*, esprimono le successive cifre binarie 1 e 0 del numero pensato.

Un'altra applicazione del sistema binario si ha nelle classificazioni, ove il posto d'un oggetto è definito mediante successivi sì e no, come nel giuoco sopra menzionato. Queste classificazioni, dette *dicotomiche*, furono introdotte nelle scienze naturali dal Lamarck (a. 1744-1829).

Una classificazione binaria importante è quella fatta da AMPÈRE, *Essai sur la philosophie des Sciences*, a. 1838, di tutte le scienze. Egli le distingue in due regni, ognuno dei quali è diviso in due sottoregni, e cosi sette volte di seguito. In questa classificazione ogni scienza è rappresentata da un numero di sette cifre binarie; ad es. (Cinematica) = ...:...

Leibniz riscontrò in un libro cinese, detto “libro delle variazioni“, delle figure, in cui riconobbe i numeri scritti nel sistema binario. Queste figure, o kwa, spettano a *Fu hi*, fondatore della scrittura o civiltà cinese, in un’epoca semistorica di 5000 anni fa. Leibniz si fece tradurre da missionarii questo libro; ma esso riuscì poco intelligibile, poiché già i cinesi da lungo tempo (egli dice) ne hanno perduto il significato. E si limita a conchiudere (t. III, p. 394): “Je ne sçai s’il y a jamais eu dans l’écriture Chinoise un avantage approchant de celui qui doit étre nécessairement dans une Caractéristique que je projette. C’est que tout raisonnement qu’on peut tirer des notions, pourrait être tiré de leur Caractères par une manière de calcul, qui seroit un des plus importants moyens d’aider l’esprit humain“. Questa caratteristica è, com’è noto, la logica matematica, che ai nostri giorni progredisce a grandi passi.

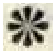
Il “libro delle variazioni„ o “I king„ ebbe varie traslazioni in occidente. Vedasi “THE MONIST, *Chinese philosophy*, a. 1896, p. 188„. I varii commentatori vanno poco d’accordo. Ciò solo mi par chiaro che esso è una classificazione binaria delle idee, fatta con criterii non ben noti a noi. Vedasi pure C. PUINI, *Le origini della civiltà*, Firenze, a. 1891.

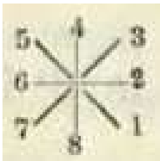
Questi vantaggi del sistema binario non sono però sufficienti per sostituirlo, come alcuno ha proposto, al decimale, in uso presso tutti i popoli civili. Lo potrà sostituire in speciali ricerche teoriche, ed anche in applicazioni pratiche, come quella che sto per esporre.

Alcuni Autori, fra cui il Lucas, hanno però aggiunto che il sistema binario è incomodo a causa della grande quantità di caratteri necessarii per scrivere un numero un po' considerevole. Ora questa incomodità è solo apparente. Se ad esempio vogliamo scrivere col telegrafo, col sistema Morse, i numeri dall'1 al 999, occorrono 14 445 segni; invece colla numerazione binaria, usando il punto e la linea del sistema Morse per indicare le cifre binarie 0 ed 1, occorrono solo 8 977 segni. Il sistema binario permette di rappresentare i numeri, e quindi tutto ciò che è numerabile, per la via più semplice; sia che si voglia adottare la scrittura lineare, come quella del telegrafo, o delle cordicelle annodate dei popoli primitivi, sia che si vogliano rappresentare con figure piane, come la scrittura ordinaria, sia con suoni, o con qualsiasi altro mezzo.

Si osservi anzitutto che le cifre d'un numero scritto nel sistema binario si possono raggruppare ad n per volta. Considerando questo gruppo come un segno solo, lo stesso numero è scritto in base 2^n. Quindi ogni numero scritto in base 2 è perciò scritto anche in base 4, 8, 16, ecc.

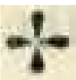
Per rappresentare con una figura piana i varii gruppi di *n* cifre binarie, si formi una figura composta di *n* tratti. Ognuno di questi tratti rappresenti una determinata unità binaria; la figura risultante da alcuni di quei tratti rappresenterà il numero formato dalle unità binarie che sono disegnate.

Una figura semplice è quella d'una stella regolare ottagona  i cui raggi possono rappresentare le prime 8 unità binarie. Prendendo per origine il raggio che va al-



l'ingiù, e l'ordine inverso a quello delle lancette d'un orologio, affinchè le unità si leggano nel senso diretto, si avranno $2^8 = 256$ figure rappresentanti i 256 primi numeri scritti in base 2, ovvero, se si preferisce, le cifre della numerazione in base 256. Ad es.:

 = :..: = 4 + 1 = 5  = :..:. = 8 + 2 = 10

 = :..:..:..:. = 128 + 32 + 8 + 2 = 170.

L'aggruppamento delle cifre binarie ad 8 per volta, che si può disegnare così facilmente, presenta pure il vantaggio che questi gruppi sono all'incirca quanti i suoni semplici, o sillabe, delle lingue comuni: sicché potremo stabilire una corrispondenza fra quei numeri e queste sillabe.

È antica l'idea di attribuire un valore numerico ai suoni parlati. Già lo fece Ariabatta per la lingua sanscrita, per mandare a mente tavole di trigonometria e d'astronomia (vedasi *Formulaire de Mathématiques* , t. II, § 2, p. 29). Lo stesso si trova nella *Mnémotechnie* dell'Abbé Moigno (Paris, a. 1879), per ricordare date storiche, il numero π, e così via.

Per stabilire una corrispondenza fra i numeri del sistema binario e le sillabe, basta applicare a queste una classificazione dicotomica. Per fare questa classificazione non possiamo servirci dell'alfabeto fenicio usato dai popoli europei, perchè non corrispondente ad alcun ordine logico. Perfettamente ordinato è invece l'alfabeto sanscrito; ma esso contiene molti suoni non comuni alle lingue europee. Limitandoci a questi suoni, si assumano come sillabe tipo le

a, *di*, *in*, *per*, *con*

formate d'una consonante muta, d'una vocale e d'una semivocale; le consonanti possono mancare. Si possono stabilire le convenzioni seguenti:

Colle tre prime unità binarie che si presentano leggendo il numero da sinistra a destra, ovvero nel senso delle lancette, cioè quello di 8°, 7°, e 6° ordine, indicheremo le consonanti mute. La prima unità significhi colla sua presenza consonante dura, quali *p*, *t*, *k*; l'assenza di questa unità significhi consonante molle, quali *b*, *d*, *g*.

La 2ª unità, sola, significhi *labiale b* o *p*.

La 3ª unità sola significhi *dentale d* o *t*. La 2ª e la 3ª insieme significhino *gutturale*, *k* o *g*.

La 1ª unità, senza la 2ª e 3ª, abbia il valore dell'aspirata *h*. L'assenza delle tre prime unità significhi assenza di consonante dura, o spirito dolce dei greci.

Colle tre successive unità, cioè con quelle d'ordine 5°, 4° e 3° formeremo le vocali. L'unità d'ordine 5° significhi *i*; quella d'ordine 4° significhi *a*; quella d'ordine 3° valga *u*. Colla loro presenza simultanea faremo i dittonghi o trittonghi; però l'insieme delle unità d'ordine 4° e 3° (*au*) si può leggere *o*, senza inconveniente. L'assenza di queste tre unità si leggerà con una *e* stretta o muta.

Colle due rimanenti unità, d'ordine 2° e 1°, indicheremo le semivocali. L'unità d'ordine 2° significhi *trillata*, quali *l* ed *r*. L'unità del 1° ordine significhi *nasale* , quali *m* ed *n*. L'insieme di queste due unità significhi *sibilante*, *s*. La loro assenza simultanea, l'assenza di semivocale finale.

Ad es.  si leggono colle sillabe assunte prima come tipo.

I suoni con cui si leggono, secondo le convenzioni ora fatte, i 256 gruppi di 8 cifre binarie sono fra loro abbastanza distinti. Essi sono comuni alle lingue ariane. In altre lingue civili mancano alcuni di questi suoni; si potranno allora sostituire con suoni prossimi. Ad es. in cinese mancano le mute molli *b*, *d*, *g*, ma sonvi sempre due serie di mute *p*, *t*, *k*, *p*, *t'*, *k'*, con cui si potranno leggere le tre prime unità binarie.

Se in una lingua non comparissero altre sillabe che le 256 sopra considerate, sarebbe senz'altro costrutta una scrittura appropriata ad essa. Ma nelle principali lingue sonvi altre sillabe. Il classificare e numerare i suoni delle varie lingue parlate, e costrurre un alfabeto universale per scriverli fu ritenuto problema pari a quello della pietra filosofale (*). I suoni variano da nazione a nazione per gradi insensibili; e sono in numero infinito. Però in ogni lingua i suoni usati sono pochi; le differenze regionali di pronunzia sono trascurate. Le lingue europee esprimono i loro suoni colla ventina di segni dell'alfabeto fenicio, i quali in origine rappresentavano sillabe, come quelli qui introdotti. Con maggior facilità si potranno rappresentare coi 256 segni della scrittura binaria. [...]

* Così ELLIS, *Encyclopædia britannica*, voce *Speech*, dopo aver introdotti 243 simboli per indicarli.